Techn 97h Haindl

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

F.

<366092508800014

<366092508800014

Bayer. Staatsbibliothek

Construction der Verzahnungen

mit besonderer Rücksicht auf die beste Form der Zähne.

Handbuch

zum Gebrauche beim Maschinenzeichnungsunterrichte, besonders aber zum Selbstunterrichte für practische Mechaniker, Werkmeister an Eisengießereien, Uhrmacher, Mühlen-Baumeister und Windenmacher,

von

S. Haindl,

Lehrer der Maschinen- und Bauzeichnungs-Kunst, so wie der Perspective und Schattenconstructions-Lehre an der königl. bayer. polytechnischen Central-Schule, ordentlichem Mitgliede des polytechnischen Vereins für das Königreich Bayern.

Mit 9 lithographirten Tafeln.

Stuttgart und Tübingen,
in der J. G. Cotta'schen Buchhandlung.
1830.

R

Wd 187. D

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede und Einleitung des Verfassers.

Eines der gewöhnlichsten Mittel, eine Bewegung fortzupflanzen, und nebst der Wirkung einer bedeutenden Kraft von einem Punkte auf einen andern überzutragen, sind die Verzahnungen. Bei ihrem Gebrauche ist, nebst der richtigen Berechnung und genauen Theilung, die Form der Zähne von der höchsten Wichtigkeit, indem durch eine unzweckmäßig gewählte Zahnform nicht nur auf eine Maschine zerstörend gewirkt und ein gänzlich ungleichförmiger Gang hervorgebracht wird, sondern auch ein beträchtlicher Theil der angewandten Kraft durch die große Reibung verloren geht, welche von dem allmählichen Abschleifen der an den Zähnen sitzenden überflüssigen Materie herrührt.

Lange Zeit hielt man eine kreisförmige Begränzung der Zähne für ihre beste Form, ja von Vielen wird sie jetzt noch dafür gehalten; allein nähere Untersuchungen bewährten immer, daß sie es nicht ist.

Wegen Mangel eines Bessern war man dennoch gezwungen, sich ihrer so lange zu bedienen, bis es endlich gelehrten Mathematikern gelang, die Cycloiden und Evolventen als die zweckdien-

ichsten Begränzungscurven zu entdecken. Diese Entdeckung war allerdings der erste und wichtigste Schritt zur Vervollkommnung der Verzahnungen; allein eine nicht minder wichtige Frage war noch zu beantworten, nämlich: auf welche Art und Weise man diese Curven erzeugen sollte. Die Beantwortung hierauf war eine Menge der widersprechendsten Meinungen. Mehrere der größten Mathematiker sind mit ihren Ideen hierüber verunglückt, indem bei Anwendung derselben die Zähne statt verbessert, verdorben wurden.

Erst nach vielen angestellten Versuchen kam man auf diejenige Idee, derer sich jetzt die ersten Mechaniker Englands und Frankreichs mit dem besten Erfolge bedienen, und welche durch häufige Resultate vieljähriger Erfahrungen sich als die vorzüglichste bewährt hat.

Diese vortrefflichen Verzahnungsmethoden wurden seit längerer Zeit schon in Schriften großer Mathematiker höchst ausführlich, aber größtentheils in fremden Sprachen, oder so dargestellt, daß ihre Erlernung immer viele mathematische Kenntnisse erfordert; Umstände, welche keineswegs geeignet sind, denselben Eingang in den Werkstätten zu verschaffen, und dadurch ihre so großen Nutzen schaffende Anwendung schnell zu fördern. Denn selten ist es der Fall, daß der practische Werkmann mit fremden Sprachen vertraut ist, und jene mathematischen Kenntnisse sich zueignen

konnte, welche die Erlernung dieser Methoden erfordert.

Der große Mangel an deutschen Schriften, in welchen diese nützlichen Verzahnungsarten den Kenntnissen und Bedürfnissen des practischen Künstlers und Werkmanns angemessen dargestellt sind, und das Bestreben, diese Methoden, von deren Gediegenheit ich mich durch mehrere theoretische und practische Versuche überzeugt habe, nach Kräften zu verbreiten, haben mich veranlaßt, diese Blätter dem Drucke zu übergeben.

Ich habe mir bei der Bearbeitung derselben zum Hauptzwecke gemacht, bei möglichster Kürze dem practischen Künstler und Werkmann diese vortrefflichen Methoden für alle in der Mechanik vorkommenden Verzahnungen so darzustellen, daß er in den Stand gesetzt wird, durch diese Blätter sich den nöthigen Unterricht selbst verschaffen zu können. Auch habe ich noch eigene practische Handgriffe beigefügt, mittelst welcher die zur Verzahnung nöthigen Curven ohne alles Zeichnen können gefunden werden.

Ein zweiter, dem ersten untergeordneter Zweck bei der Herausgabe dieser Blätter war, an den lithographirten Tafeln Vorlagen für polytechnische und höhere Zeichnungsschulen zu liefern. Ich glaube hiermit den Lehrern an obigen Schulen keinen unangenehmen Dienst zu erweisen, da auch hieran gänzlicher Mangel herrscht, und Vorlagen zur Un-

terstützung des Lehrvortrages unentbehrlich sind, welches besonders bei conischen Rädern der Fall ist, indem hier Zeichnungen auf der Tafel, selbst mit dem größten Fleiße ausgeführt, immer zu wenig Deutlichkeit darbieten.

Da die Kenntniß derjenigen Curven und ihrer Constructionen, welche bei den verschiedenen Verzahnungen angewendet werden, nur bei jenen vorausgesetzt werden darf, welche sich mit dem Studium der analytischen oder descriptiven Geometrie befaßt haben, dieses aber besonders bei dem practischen Werkmann selten der Fall ist, so habe ich diese, zu den verschiedenen Verzahnungsarten nöthigen Curven als nothwendige Vorbereitung umständlich und wie möglichst deutlich beschrieben und gezeichnet angeführt. Die Erlernung derselben ist besonders zu empfehlen, indem die nachfolgenden Verzahnungsmethoden nur darauf beruhen, die bestimmten Curven richtig an ihre gehörige Stelle nach den vorgeschriebenen Regeln zu verzeichnen.

Möge dieser mein erster literarischer Versuch gelingen, und durch Verbreitung dieses interessanten Gegenstandes zu seiner so großen Nutzen schaffenden Anwendung kräftigst wirken.

München im November 1829.

Der Verfasser.

Inhalt.

Vorrede und Einleitung des Verfassers.

I.

Vorbereitung zur Construction der Verzahnungen.

Seite

§. 1. Kenntniß und Zeichnung der Curven, welche zu den Verzahnungen gebraucht werden 1

§. 2. Entstehung der gemeinen Cycloide und Construction derselben 2

§. 3. Entstehung der verlängerten Cycloide und Construction derselben 4

§. 4. Entstehung der Epicycloide und derselben Construction. 6

§. 5. Entstehung der verlängerten Epicycloide und deren Construction 8

§. 6. Entstehung der Hypocycloide und deren Construction. 10

§. 7. Entstehung der verlängerten Hypocycloide nebst ihrer Construction 11

§. 8. Eine zweite verlängerte Hypocycloide 12

§. 9. Entstehung der Evolvente und ihre Construction . . 13

§. 10. Verlängerte Evolvente 15

§. 11. Vorrichtung zur Erzeugung der Cycloiden 15

II.

§. 12. Von den Verzahnungen und den durch sie überzutragenden Bewegungen 17

§. 13. Bewirkung umdrehender und geradlinig fortschreitender Bewegungen vermittelst der Verzahnungen . 17

Seite

§. 14. Eigenschaften einer Verzahnung 19
§. 15. Berechnung und Eintheilung der Zähne 19
§. 16. Form der Zähne 20
§. 17. Dauerhaftigkeit einer Verzahnung 21
§. 18. Berechnung der durch die Verzahnungen zu bewirkenden Geschwindigkeit 22
§. 19. Berechnung der Theilkreise und deren Diameter verzahnter Räder 27
§. 20. Maßstab zur Abnahme der Diameter der Theilkreise verzahnter Räder 29

III.

Construction der Verzahnungen.

§. 21. Construction von zwei verzahnten cylindrischen Rädern 31
§. 22. Construction von zwei verzahnten cylindrischen Rädern mit abgestumpften Zähnen und ohne Höhlungen 37
§. 23. Construction eines verzahnten Rades, welches in eine mit cylindrischen Triebstöcken versehene Laterne eingreift 40
§. 24. Construction zweier cylindrischen Räder, von denen die Zähne des einen sich innerhalb des Theilkreises befinden 42
§. 25. Construction eines verzahnten Rades, dessen Zähne sich innerhalb der Peripherie des Theilkreises befinden und in eine mit cylindrischen Triebstöcken versehene Laterne eingreifen 45
§. 26. Construction einer verzahnten Stange und eines in sie greifenden cylindrischen Rades. 46
§. 27. Construction eines Zahnstockes im Eingriffe mit einer mit cylindrischen Triebstöcken versehenen Laterne . 48

IV.

Construction der Daumen, welche bei Stampf-, Poch-, Hammer-Werken und andern angewendet werden.

Seite

§. 28. Beschreibung der Daumen und der Einrichtung eines Stampf-Werkes, Berechnung des Theilkreises für die Daumen und deren Construction 51

§. 29. Construction von Daumen, wenn nebst der Hub-Höhe auch noch der Theilkreis und eine Theilung bestimmt ist 55

§. 30. Construction von Daumen, wo der erste Angriffspunkt nicht in der Verlängerung des horizontalen Durchmessers des Theilkreises, sondern oberhalb demselben liegt 57

§. 31. Construction von Daumen, wo der erste Angriffspunkt auf dem perpendiculären Durchmesser des Theilkreises ist 57

§. 32. Construction eines Daumens, vermittelst welchem eine Last gehoben und auf dem Daumen wieder herabsinken kann 58

§. 33. Construction der excentrischen, herzförmigen Platte. 59

§. 34. Construction einer excentrischen Scheibe, durch welche eine Last bei einem Umgange mehrere Male und auf verschiedene Höhen gehoben wird, und auf der Scheibe wieder herabsinken kann 60

§. 35. Construction von Daumen, vermittelst welcher umdrehende Bewegungen bewirkt werden bei willkürlicher Theilung 63

§. 36. Construction von Daumen, vermittelst welcher umdrehende Bewegungen bewirkt werden bei gegebener Theilung 63

§. 37. Construction eines cylindrischen Rades, durch welches eine an einem Hebel befindliche Last erhoben wird, und wieder niedersinken kann 66

Seite

§. 38. Construction eines Hebels, an welchem eine Last vermittelst eines andern Hebels auf eine bestimmte Höhe erhoben werden und wieder herabsinken kann, so daß die hiezu angewandte Kraft in allen Lagen der Hebel dieselbe bleibt 68

V.

Ueber conische Räder.

§. 39. Construction von zwei conischen Rädern, welche bei ihrem Eingriffe einen stumpfen Winkel bilden . . 70

§. 40. Construction von zwei unter einem rechten Winkel eingreifenden conischen Rädern 83

I.

Vorbereitung zur Construction der Verzahnungen.

§. 1.

Kenntniß und Zeichnung der Curven (krummen Linien), welche zu den verschiedenen Verzahnungen gebraucht werden.

Bevor noch zur Lehre der Construction der Verzahnungen geschritten werden kann, ist es nöthig, diejenigen Curven (krummen Linien) kennen und construiren zu lernen, welche bei den verschiedenen Verzahnungen gebraucht werden. Es sind deren acht:

1. Die Cycloide oder Radlinie.
2. Die verlängerte Cycloide.
3. Die Epicycloide.
4. Die verlängerte Epicycloide.
5. Die Hypocycloide.
6. Die verlängerte Hypocycloide.
7. Die Evolvente.
8. Die verlängerte Evolvente.

§. 2.

Cycloide oder Radlinie.

Blatt I. Fig. 1.

Entsteht durch Wälzung eines Kreises A auf einer geraden Linie BC. Der Kreis A heißt der erzeugende Kreis, der Punkt D, an welchem der Kreis A die Linie BC in seiner ersten Lage berührt, heißt der erzeugende Punkt, und die gerade BC die Grundlinie. Durch die Bewegung des erzeugenden Kreises beschreibt der erzeugende Punkt eine krumme Linie, welche Cycloide genannt wird; dieselbe ist dann vollendet, sobald sich die ganze Peripherie des erzeugenden Kreises A auf der Grundlinie BC abgewickelt hat, und der ursprüngliche Erzeugungspunkt D wieder als Berührungspunkt mit der Grundlinie erscheint.

Construction.

Man theile die Peripherie des Kreises A in seiner ursprünglichen Lage in so viele gleiche Theile, daß jedes Bogenstück eines solchen Theiles als gerade Linie angenommen werden kann; hier in 14 Theile, und trage diese Theile vom ursprünglichen Erzeugungspunkte D auf die Grundlinie BC. hier I. II. III. IV. u. s. f., erhebe aus ihnen Perpendikel auf die Grundlinie, und durchschneide diese Perpendikel mit einer durch den Mittelpunkt des erzeugenden Kreises A parallel mit der Grundlinie CB gezogenen geraden, so liegt der Mittelpunkt des erzeugenden Kreises bei seiner, während der Wälzung allmählig einzunehmenden Stelle immer in den Durchschnitten dieser geraden und der erwähnten Perpendikel. Man denke sich nun den erzeugenden Kreis A aus seiner ursprünglichen Lage so weit auf der Grundlinie CB gewälzt, daß sein

Mittelpunkt im Durchschnitte der geraden und des Perpendikels I liegt, so wird sich der ursprünglich erzeugende Punkt mitbewegt und ein Stück der Cycloide beschrieben haben. Um nun die neue Lage des erzeugenden Punktes zu finden, beschreibe man aus dem Durchschnitte des Perpendikels I und der durch A mit BC gezogenen geraden einen Kreis, und durchschneide ihn mit einer, mit der Grundlinie parallel, durch den Theil 1 des erzeugenden Kreises gezogenen geraden. Der Durchschnittspunkt des Kreises und der geraden ist nun die Stelle, welche der erzeugende Punkt eingenommen hat. Hat sich der Kreis A so weit bewegt, daß sein Mittelpunkt in dem Durchschnitte der durch A gezogenen geraden und des Perpendikels II liegt, so beschreibe man aus diesem seinem Mittelpunkte wieder einen Kreis, führe aus dem Theile 2 des erzeugenden Kreises eine parallele mit der Grundlinie, bis sie den letztgezogenen Kreis schneidet, und der Durchschnittspunkt des Kreises und der geraden ist wieder die neue Stelle, welche der erzeugende Punkt nach der Wälzung eingenommen hat. Setzt man dieses Verfahren so fort, bis zum Perpendikel VII, wo sich die halbe Peripherie des erzeugenden Kreises auf der Grundlinie abgewickelt hat, so erhält man eine eben so große Anzahl Punkte, welche der ursprünglich erzeugende Punkt bei der Wälzung des Kreises A einnimmt, als man die halbe Peripherie des erzeugenden Kreises eingetheilt hat, hier sieben. Diese Punkte gehören der Cycloide an, und man hat nun nöthig, dieselben mit freier Hand, oder vermittelst eines Schwungineals zu verbinden; hiedurch bekommt man die Hälfte der Cycloide. Die aufgefundenen Punkte könnten auch vermittelst Aufsuchung der Krümmungshalbmesser, der zwischen ihnen liegenden Stücke der Cycloide verbunden

werden; allein da dieses umständlicher ist, so habe ich es gänzlich hinweggelassen. Auf die nämliche Weise erhält man auch die andere Hälfte der Cycloide. Doch hat man bei Verzahnungen die Cycloide nie ganz, sondern immer nur ein Stück von ihr nöthig.

Die Cycloide findet ihre Anwendung bei conischen Rädern, welche unter einem rechten Winkel in einander eingreifen, und bei verzahnten Stangen.

§. 3.

Die verlängerte Cycloide.

Blatt I. Fig. 2.

Dieselbe entsteht durch Wälzung zweier concentrisch verbundenen Kreise A A′ auf einer geraden Grundlinie BC. Bei dieser Curve ist nicht wie bei der Cycloide der wälzende auch zugleich erzeugender Kreis, sondern es sind immer zwei concentrisch mit einander verbundene Kreise nöthig, von denen der kleinere A wälzt, und der große A′ erzeugt. Der ursprünglich erzeugende Punkt D liegt daher auch nicht auf der Grundlinie BC, sondern da, wo ein Perpendikel durch den Mittelpunkt der Kreise in ihrer ersten Lage den erzeugenden Kreis A′ trifft.

Um sie zu construiren, verfährt man auf folgende Weise:

Da sich auch hier die Peripherie des wälzenden Kreises A auf der Grundlinie BC abwickelt, so theile man dieselbe in so viele gleiche Theile a b c — k, daß ein Bogenstück solch einer Theilung eine gerade Linie wird, und trage alle diese Theile vom Berührungspunkte a des Kreises A und der Grundlinie BC auf diese auf; ziehe Perpendikel a b′ c′ d′ — a′ durch alle aufgetragenen Punkte, und

führe durch den Mittelpunkt der Kreise AA' eine parallele zur Grundlinie BC; wo diese die erwähnten Perpendikel schneidet, sind die Mittelpunkte I. II. III. der Kreise AA', welche sie bei ihrer Wälzung allmählig einnehmen. Aus diesen Mittelpunkten beschreibt man mit dem Radius des Kreises A' Kreisbögen, welche aber nicht mit parallelen Linien durch die Theilungspunkte des wälzenden Kreises A durchschnitten werden dürfen, sondern da der Kreis A' erzeugt, und verbunden ist mit A, so ziehe man durch die Theilungspunkte a, b, c — k des wälzenden Kreises A Radien vom Mittelpunkte bis an die Peripherie des erzeugenden Kreises A'; wo diese die Peripherie treffen, sind nun die Punkte 1, 2, 3 u. s. f. aus denen, vermittelst parallelen zur Grundlinie, die bereits beschriebenen Kreise können durchschnitten werden, welche Durchschnittspunkte die allmähligen Lagen des erzeugenden Punktes D sind, und der verlängerten Cycloide angehören. Man denke sich, die Kreise AA' haben sich mit einander verbunden, so weit bewegt, daß ihr Mittelpunkt in I liegt, man beschreibe nun aus I mit dem Radius des erzeugenden Kreises A' die Peripherie desselben, und durchschneide sie mit einer parallelen zur Grundlinie durch den Punkt 1, so wird der Durchschnitt der parallelen und des aus I beschriebenen Kreises die neue Lage des erzeugenden Punktes seyn. Fährt man so fort, so erhält man wieder eben so viele Punkte für die verlängerte Cycloide, als man auf die Grundlinie B C Theile aufgetragen hat, welche mit freier Hand, oder mit einem Schwunglineale verbunden werden können. Die verlängerte Cycloide wird bei den Höhlungen der verzahnten Stangen angewendet.

§. 4.

Die Epicycloide.

Blatt I. Fig. 3.

Wenn sich ein Kreis A auf einen andern Kreis B wälzt, so beschreibt ein auf der Peripherie des Kreises A angenommener Punkt D bei dieser Wälzung eine Curve, welche Epicycloide genannt wird.

Der bewegliche Kreis A heißt der erzeugende, und der andere B der Grundkreis.

Construction.

Man ziehe durch die Mittelpunkte beider Kreise eine gerade Linie, und theile die Peripherie des erzeugenden Kreises A von dem Punkte D, wo die gerade die beiden Peripherien schneidet, als ursprünglichen erzeugenden Punkt, in so viele gleiche Theile, daß wieder jedes zwischen zwei Theilen liegende Bogenstück als gerade Linie betrachtet werden kann; hier in 14 Theile.

Da sich bei der Wälzung auf beiden Kreisen gleiche Bogenlängen abwickeln, so hätte man nun zu berechnen, in wie viele Theile man den Grundkreis theilen müsse, wenn der erzeugende schon in eine gewisse Anzahl Theile getheilt ist; sind aber die Theile auf dem erzeugenden Kreis, obiger Bedingung gemäß, sehr klein, so kann man dieses füglich unterlassen, und sogleich einen obiger Theile in den Zirkel nehmen, und ihn so oft auf die Peripherie des Grundkreises B auftragen, als Theile auf dem erzeugenden A vorhanden sind. Durch die aufgetragenen Punkte I, II, III ꝛc. ziehe man Radien vom Mittelpunkte des Grundkreises, und durchschneide sie mit einem, durch den

Mittelpunkt des erzeugenden A, aus dem Mittelpunkte des Grundkreises B beschriebenen Kreis. Die Durchschnitte dieses Kreises und erwähnten Radien I, II, III ꝛc. sind die Mittelpunkte des erzeugenden Kreises, welche er bei seiner Bewegung allmählig einnimmt. Denkt man sich nun den erzeugenden Kreis aus seiner ersten Stelle so weit bewegt, daß sein Mittelpunkt im Durchschnitte des Radius I und des durch A aus B beschriebenen Kreises liegt, so wird sich der erzeugende Punkt D mit ihm bewegt haben, und seine neue Stelle ist der Durchschnitt eines Kreises mit dem Radius des erzeugenden Kreises aus obigem Punkte, und eines Kreises aus dem Mittelpunkte des Grundkreises B durch den Punkt 1 beschrieben. Denkt man sich den erzeugenden Kreis A bewegt, so daß sein Mittelpunkt sich im Durchschnitte des aus B durch A beschriebenen Kreises und des Radius II sich befindet, so beschreibe man wieder aus diesem Punkte mit dem Radius des erzeugenden Kreises A einen Kreis, und durchschneide ihn mit einem Kreise aus dem Mittelpunkte des Grundkreises B durch den Punkt 2, welcher Durchschnitt wieder die Stelle ist, die der erzeugende Punkt D nach dieser Wälzung einnimmt. Hat sich der erzeugende Kreis so weit bewegt, daß sich sein Mittelpunkt auf dem Radius VII befindet, so hat sich hier seine halbe Peripherie abgewickelt, und man hat sieben, der Curve angehörige Punkte, welche, mit freier Hand verbunden, die Hälfte der ganzen Epicycloide geben. Die andere Hälfte erhält man auf gleiche Weise, wenn man sich nämlich den erzeugenden Kreis so lange fortbewegt denkt, und die Stellen bestimmt, welche der ursprünglich erzeugende Punkt D bei dieser Bewegung einnimmt, bis der ursprünglich erzeugende Punkt D wieder als Berührungspunkt des erzeu-

genden und des Grundkreises erscheint, wo dann die Epicycloide vollendet ist.

Die Epicycloide wird bei Abrundung der Zähne von cylindrischen und conischen Rädern angewendet; doch hat man zu den Verzahnungen diese gleich den vorhergehenden und nachfolgenden Curven nie ganz, sondern immer nur Stücke von ihnen nöthig.

§. 5.

Die verlängerte Epicycloide

Blatt I. Fig. 4.

entsteht, wenn sich ein Kreis A in concentrischer Verbindung mit einem größern A′ auf den Grundkreis B wälzt, so daß ein Punkt des Kreises A′ als erzeugender bei dieser Wälzung eine Curve beschreibt, welche verlängerte Epicycloide genannt wird.

Construction.

Man ziehe durch den Mittelpunkt des Grundkreises B und durch den der beiden Kreise A′ und A eine gerade Linie, und theile von dem Punkte D, wo diese die Kreise A und B schneidet, als Berührungspunkt den Kreis A in sehr kleine gleiche Theile, a, b, c ꝛc., trage die Anzahl dieser Theile vom Berührungspunkte D auch auf die Peripherie des Grundkreises B, und ziehe durch die Punkte a′ b′ c′ u. s. f. Radien vom Mittelpunkte des Grundkreises bis an einen, durch den Mittelpunkt der Kreise A′ A aus dem Mittelpunkte des Grundkreises B beschriebenen Kreis. Die Punkte I, II, III ꝛc., wo sich die Kreise und obige Radien treffen, sind die Stellen, an denen sich der Mittelpunkt der Kreise A A′ bei der Bewe-

gung, gemäß der Eintheilung, befindet. Da auch hier, gleichwie bei der verlängerten Cycloide, der wälzende nicht zugleich erzeugender Kreis ist, so müssen auch hier, durch die auf der Peripherie des wälzenden Kreises aufgetragenen Theile, Radien bis zur Peripherie des erzeugenden Kreises A′ gezogen werden, welche die Punkte 1, 2, 3 u. s. w. bestimmen, von denen aus die Lage des erzeugenden Punktes D, welche er während der Wälzung einnimmt, vermittelst aus dem Mittel des Grundkreises beschriebener Kreise bestimmt werden kann. Denkt man sich nämlich die beiden Kreise A und A′ so weit bewegt, daß sich ihr gemeinschaftlicher Mittelpunkt in I befindet, so ziehe man mit dem Radius des erzeugenden Kreises A′ einen Kreis, und durchschneide ihn mit einem Kreise durch den Punkt 1 aus dem Mittel des Grundkreises B, so ist dieser Durchschnittspunkt die Stelle des ursprünglichen erzeugenden Punktes D, welche er nach dieser Wälzung eingenommen hat. Dieses Verfahren setzt man fort, indem man mit dem Radius des erzeugenden Kreises A′ dessen Peripherie aus den Punkten I, II, III u. s. w. beschreibt, und diese Peripherien mit durch entsprechende Zahlen 1, 2, 3 ꝛc. des erzeugenden Kreises A′ aus dem Mittel des Grundkreises B geführten Kreise durchschneidet, bis der ursprüngliche Berührungspunkt D wieder als Berührungspunkt des Grundkreises B erscheint. Man erhält hiedurch eine Anzahl der, auf den Grund- oder wälzenden Kreis aufgetragenen Punkte entsprechend, welche der verlängerten Epicycloide angehören, und mit freier Hand verbunden, die Curve vollendet geben.

Die verlängerte Epicycloide findet ihre Anwendung bei den Höhlungen von cylindrischen Rädern.

§. 16.

Hypocycloide.

Blatt II. Fig. 1.

Die Curve, welche ein Punkt eines Kreises A während Wälzung innerhalb der Peripherie eines Grundkreises B beschreibt, wird Hypocycloide genannt. Um sie zu construiren, verfährt man auf folgende Weise:

Durch die Mittelpunkte der Kreise A und B wird eine gerade Linie gezogen, welche dort, wo sie die beiden Kreise schneidet, den ursprünglichen Berührungs- und Erzeugungspunkt D bestimmt. Von dem Berührungspunkte aus theilt man den erzeugenden Kreis A, wie bei den vorhergehenden Curven, in sehr kleine gleiche Theile 1, 2, 3 u. s. f., und trägt diese Theile, ihrer Anzahl und Größe nach, vom ursprünglichen Erzeugungspunkte auf die Peripherie des Grundkreises B. Zieht ferner Radien vom Mittelpunkte des Grundkreises B nach diesen letzt aufgetragenen Theilungspunkten I, II, III u. s. f., und durchschneidet sie mit einem Kreise, dessen Mittelpunkt der des Grundkreises B, und dessen Radius die Entfernung der Mittelpunkte beider Kreise A und B ist, so befinden sich in den Durchschnittspunkten der Radien I, II, III u. s. w. und dieses Kreises und der Radien die allmähligen Lagen des Mittelpunktes des erzeugenden Kreises A, welche er bei der Wälzung, der Eintheilung der Kreise entsprechend, einnimmt. Indem man sich nun den erzeugenden Kreis A bewegt denkt, so daß sich sein Mittelpunkt im Radius I und des aus B durch A beschriebenen Kreises befindet, beschreibt man dessen Peripherie aus obigem Durchschnittspunkte, und durchschneidet sie mit einem Kreise, der seinen

Mittelpunkt in dem des Grundkreises B hat, und dessen Peripherie durch den Theil 1 des erzeugenden Kreises in seiner ursprünglichen Lage geht. Der Durchschnitt ist nun die Stelle, welche der ursprüngliche Erzeugungspunkt D nach der Wälzung einnimmt. Hat sich der erzeugende Kreis A bewegt, daß sich sein Mittel im Durchschnitt des aus B durch A beschriebenen Kreises und des Radius II befindet, so beschreibt man aus diesem Punkte dessen Peripherie, und durchschneidet sie mit einem Kreise, dessen Peripherie durch 2 geht, und dessen Mittel der Mittelpunkt des Grundkreises B ist. Der Durchschnittspunkt beider Kreise bezeichnet die des erzeugenden Punktes nach der Wälzung einzunehmende Stelle. Auf gleiche Weise erhält man alle Punkte, welche, mit freier Hand verbunden, die Hypocycloide dann vollendet darstellen, wenn der erzeugende Punkt D wieder als Berührungspunkt des Grundkreises B erscheint.

Die Hypocycloide wird angewendet bei Abrundungen von Zähnen, welche sich innerhalb der Peripherie des Theilkreises eines Rades befinden.

§. 7.

Verlängerte Hypocycloide.

Blatt II. Fig. 2.

Dieselbe entsteht durch die Bewegung eines Kreises A als wälzender, in concentrischer Verbindung eines größern A′ als erzeugender innerhalb der Peripherie eines Grundkreises B. Da bei der Construction dieser Curve das nämliche Verfahren statt findet, wie bei den bereits beschriebenen, und dieselbe äußerst selten gebraucht wird, so glaube ich, auf die Zeichnung hinweisend, eine nähere Beschreibung füglich übergehen zu können; statt dessen will ich

eine andere Art verlängerter Hypocycloide beschreiben, welche in der Anwendung öfter als erstere vorkommt, und durch das Ungewöhnliche ihrer Entstehung meistens verwirrt; nämlich:

§. 8.

Verlängerte Hypocycloide

Blatt II. Fig. 3.

entstanden durch die Bewegung eines Kreises A″ als erzeugender, in concentrischer Verbindung mit einem größern A als wälzender auf der Peripherie des Grundkreises B.

Construction.

Man ziehe vom gemeinschaftlichen Mittelpunkte A′ des wälzenden A und erzeugenden A″ eine gerade Linie durch den Mittelpunkt des Grundkreises B, welche dort, wo sie den wälzenden A und Grundkreis B schneidet, die Stelle des Berührungspunktes D′, und dort, wo sie den erzeugenden Kreis A″ schneidet, den ursprünglich erzeugenden Punkt D bezeichnet. Vom Berührungspunkte D′ an theile man die Peripherie des Grundkreises B in sehr kleine gleiche Theile a, b, c u. s. w. Die nämliche Anzahl Theile trage man nach ihrer Größe auch vom Berührungspunkte D′ auf den wälzenden Kreis A, und ziehe Radien aus dem gemeinschaftlichen Mittel A′ des wälzenden A und erzeugenden Kreises A″ nach diesen letzt aufgetragenen Punkten a′ b′ c′ — m′, welche den erzeugenden Kreis A″ in 1, 2, 3, 4 u. s. w. schneiden. Um die Mittelpunkte des erzeugenden Kreises A″ bei der Wälzung in seinen verschiedenen, der Eintheilung entsprechenden Lagen zu bestimmen, ziehe man Radien aus dem Mittelpunkte des Grundkreises B nach den Punkten

I, II, III u. s. f., verlängere sie rückwärts, und durchschneide sie mit einem aus dem Mittelpunkte des Grundkreises B beschriebenen Kreise, dessen Radius die Entfernung des Mittelpunktes des Grundkreises B vom Mittelpunkte A′ des erzeugenden Kreises A″ ist. In den Durchschnittspunkten I, II, III u. s. f. dieses Kreises und der rückwärts verlängerten Radien befindet sich bei der Bewegung der Kreise A″ A allmählig ihr Mittelpunkt. Indem man sich die Kreise an allen diesen Stellen bewegt denkt, beschreibt man mit dem Radius A A′ des erzeugenden A″ Kreise aus ihnen, und durchschneidet jeden derselben mit einem Kreise, dessen Mittelpunkt der des Grundkreises B ist, und dessen Peripherie durch einen Theil des erzeugenden Kreises A″ in seiner ursprünglichen Lage geht, und mit einer Zahl bezeichnet ist, welche der entspricht, mit welcher das Mittel des zu durchschneidenden Kreises bezeichnet ist. Die so erhaltenen Punkte sind die, welche der erzeugende Punkt D bei der Bewegung der Kreise einnimmt, und mit freier Hand verbunden die verlängerte Hypocycloide darstellen.

Sie findet ihre Anwendung bei den Höhlungen der Zähne eines cylindrischen Rades, welches in ein anderes eingreift, dessen Zähne sich innerhalb der Peripherie des Theilkreises befinden.

§. 9.

Evolvente.

Blatt II. Fig. 4.

Ist jene krumme Linie, welche entsteht, wenn man eine Tangente so um eine Curve herumbewegt, hier um einen Kreis A, daß sie immer Tangente bleibt, und nach und nach alle Elemente der Curve in sich enthält.

Den deutlichsten Aufschluß über ihre Entstehung erhält man, wenn man um einen Cylinder einen Faden wickelt, an dem Ende des Fadens einen farbigen Stift befestigt, und nun diesen Faden von dem Cylinder mit stets gleicher Anspannung abwickelt. Die krumme Linie, welche der Stift bezeichnet, heißt Evolvente, und der Kreis oder überhaupt die Curve, um welche der Faden gewickelt wird, die Evolute.

Construction.

Man theile die Evolute, hier den Kreis A, in so viele gleiche Theile 1, 2, 3, 4 u. s. f., daß jedes zwischen ihnen liegende Bogenstück als gerade betrachtet werden kann, führe Tangenten durch alle Theilungspunkte an die Evolute, und mache die Länge der Tangente 1 gleich einem Theile, die Tangente 2 gleich der Länge von 2 Theilen u. s. f. Die Endpunkte b, c, d, e der Tangenten sind Punkte, welche in der Evolvente liegen, ihr angehören, und, mit freier Hand verbunden, dieselbe darstellen. Diese Punkte b, c, d u. s. f. können auch mit dem Zirkel auf folgende Art verbunden werden: Man setze den Zirkel in 1, öffne ihn bis D, und beschreibe einen Bogen D b; ferner setze man den Zirkel in 2, öffne ihn bis b, und beschreibe den Bogen b c; aus 3 beschreibe man mit der Oeffnung 3, c den Bogen c d u. s. f.

Die Evolvente eines Kreises findet ihre Anwendung bei conischen Rädern, welche unter einem rechten Winkel eingreifen, bei Daumen von Pochwerken, bei der Krümmung der Zähne eines Rades, welches in eine verzahnte Stange eingreift, und bei Walktrögen, indem man die Höhlung dieser letzten nach ihr formt, welche Form ein zweckmäßiges Wenden der zu walkenden Gegenstände bewirkt.

§. 10.

Verlängerte Evolvente.

Blatt II. Fig. 5.

Man denke sich auf einer Tangente einen Perpendikel 1 D von stets gleicher Länge, so daß der Endpunkt D des Perpendikels in seiner ersten Lage innerhalb einer Curve, hier eines Kreises A, als Evolute liegt, und daß die Tangente alle Elemente der Evolute nach und nach enthält, bewegt, so beschreibt der Punkt D eine Curve, welche verlängerte Evolvente genannt wird.

Um sie zu construiren, bestimme man, wie bei der Evolvente, die Stellen, welche eine Tangente bei ihrer Bewegung einer, den Bedingnissen der Evolvente entsprechenden, auf der Evolute aufgetragenen Theilung 1, 2, 3 u. s. f. einnimmt; bestimme ferner auf die nämliche Weise, wie bei der Evolvente, die Länge dieser Tangenten, und fälle an ihren Endpunkten b, c, d u. s. f. Perpendikel auf sie, welche von gleicher Länge gemacht werden, und deren Richtung so ist, daß des ersten Perpendikels Endpunkt D innerhalb der Evolute A liegt. Werden die Endpunkte b′ c′ d′ u. s. f. aller Perpendikel mit freier Hand zusammengezogen, so hat man die verlängerte Evolvente.

Sie wird bei den Höhlungen der Zähne eines Rades angewendet, welches in eine verzahnte Stange eingreift.

§. 11.

Vorrichtung zur Erzeugung der Cycloiden.

Blatt II. Fig. 6.

Um sich beim Selbstunterrichte einen sehr anschaulichen Begriff von der Entstehung der Cycloiden zu machen, kann

man sich zur Erzeugung derselben nachfolgender practischer Methoden bedienen:

Man lasse sich von hartem Holze eine kreisförmige Scheibe A, Blatt II. Fig. 6, von beliebigem Durchmesser und ungefähr einen halben Zoll dick verfertigen. An einem Punkte D der Peripherie dieser Scheibe schlägt man ein kleines eisernes Stiftchen übereck in dieselbe hinein, läßt dieses Stiftchen ungefähr eine halbe Linie noch herausstehen, und feilt es so zu, daß seine Spitze perpendiculär auf der Peripherie der Scheibe A steht. Auf einer Tafel oder einem Reißbret befestigt man eine gerade Latte oder ein Lineal B C als Grund- oder Wälzungslinie, und legt die Scheibe A als erzeugender Kreis so an das Lineal B C, daß das Stiftchen D, als erzeugender Punkt, dasselbe an einem Punkte D′ berührt. Indem man nun die Scheibe A an der geraden Seite B C des Lineals wälzt, wird das Stiftchen D auf dem Reißbrete eine Curve D′ D″ beschreiben, welche die Cycloide ist. Bevor man die Wälzung vornimmt, ist es gut, wenn man die Peripherie der Scheibe und die Seite des Lineals, auf welcher die Scheibe gewälzt wird, mit Kreide oder Harz bestreicht, um das Ausgleiten zu verhindern. Auf die nämliche Weise können auch die Epi- und Hypocycloide erzeugt werden, nur mit dem Unterschiede, daß man sich, anstatt des Lineals als Grundlinie, Scheiben als Grundkreise verfertigen läßt, auf denen man die erzeugende Scheibe bei Ersterer außerhalb der Peripherie, bei der Zweiten aber innerhalb derselben wälzt.

Zu den verlängerten Cycloiden läßt man sich den erzeugenden und wälzenden Kreis auf einander befestigen, und wälzt sie nach den vorgeschriebenen Bedingungen.

II.

Von den Verzahnungen und den durch sie übertragenden Bewegungen.

§. 12.

Verzahnungen werden im Allgemeinen jene mechanischen Vorrichtungen genannt, welche vermittelst regelmäßig geformter, gleichweit von einander abstehender Erhöhungen so zusammengesetzt sind, daß immer Erhöhungen eines Theils in Vertiefungen eines andern eingreifen, und daß, wenn auf einen der so in Verbindung stehender Theile mit einer gewissen Kraft gewirkt wird, eine Bewegung erfolgt, diese Bewegung nebst der angewandten Kraft auch sogleich auf den andern übergetragen wird. Unter den Bewegungen, welche durch die Verzahnungen übergetragen und fortgepflanzt werden, sind umdrehende, und Verwandlung einer umdrehenden in eine geradlinig-fortschreitende die gewöhnlichsten.

§. 13.

Um eine umdrehende Bewegung von einem Theile auf einen andern überzutragen, bringt man obige, regelmäßig geformte und gleichweit von einander abstehende Erhöhung, Kämme oder Zähne genannt, an den Oberflächen von Cylinder- oder Kegel-Abschnitten an (man verzahnt sie), setzt zwei oder auch mehrere gleichnamige

dieser Cylinder- oder Kegel-Abschnitte zusammen, daß immer Erhöhungen des einen in Vertiefungen des andern greifen, und befestigt sie so, daß sie sich um ihre Achsen drehen können. Wird nun einer der so verbundenen Theile bewegt, so wird sich auch sogleich der andere nach entgegengesetzter Richtung bewegen, welches so lange dauert, als die bewegende Kraft in Thätigkeit ist.

Die Verwandlung einer umdrehenden Bewegung in eine geradlinig-fortschreitende wird erzweckt, indem man Zähne nach einer geraden Richtung an irgend einem Maschinentheil (gewöhnlich einer Stange) anbringt, und mit einem, mit entsprechenden Zähnen versehenen Cylinder-Abschnitt nach obiger Bedingung verbindet und so befestiget, daß der Cylinder sich um seine Achse, nicht aber von der Stelle, die Stange aber nach einer geraden Linie bewegen kann, wo denn eine geradlinig-fortschreitende Bewegung auch erfolgen wird, sobald eine umdrehende Bewegung an dem Cylinder statt findet, indem immer ein Zahn des Cylinders einen der Stange fortschiebt. Die mit Zähnen versehenen Cylinder- und Kegel-Abschnitte werden verzahnte Räder im Allgemeinen, im Besondern aber cylindrische genannt, wenn sich die Zähne an Cylindern, und conische, wenn sie sich an Kegel-Abschnitten befinden. Eine Stange, an welcher Zähne nach einer geraden Linie angebracht sind, heißt Zahnstock, oder eine verzahnte Stange.

Die Verzahnungen sind in der practischen Anwendung von besonderer Wichtigkeit, und es ist um so mehr bei ihrer Construction die größte Genauigkeit nöthig, als durch Vernachlässigung oder gänzliche Unkenntniß derselben die bereits in der Einleitung erwähnten großen Nachtheile entstehen.

§. 14.

Eigenschaften einer Verzahnung.

Die Eigenschaften, welche eine gute Verzahnung besitzen soll, sind: sanfte gleichförmige Bewegung und Dauerhaftigkeit.

Diese Eigenschaften können aber nur durch eine genaue Berechnung und Eintheilung der Zähne, und durch eine zweckmäßige Form derselben erzweckt werden.

§. 15.

Berechnung und Eintheilung der Zähne.

Die Berechnung und Eintheilung der Zähne muß so beschaffen seyn, daß bei der durch eine Verzahnung überzutragenden Bewegung keine Beschleunigung statt finde, sondern dieselbe bei gleich angewandter Kraft in jedem Augenblicke sich gleich ist. Zu diesem Behufe müssen die Mittel der Zähne (Theilung oder Wurf genannt) irgend eines verzahnten, mit einem andern in Verbindung stehenden Theiles nicht nur unter sich ganz gleich seyn, sondern die Größe einer Theilung (Wurf) des andern verzahnten Theiles muß auch gleich seyn einer des ersten.

Hierbei ist wohl zu merken, daß bei ineinandergreifenden, ungleich großen verzahnten Rädern, bei welchen die Zähne auf Kreisen (Theilkreise genannt) eingetheilt werden, nicht die Entfernung zweier Zahnmittel eines Rades auf dem Theilkreise als Sehne gemessen, die nämliche Größe haben soll, als die des andern, sondern daß die zwischen zwei Zähnen liegenden Bogenstücke beider Räder gleich groß sind.

Diesem zu Folge ist es keineswegs willkürlich, Rä-

dern von einer bestimmten Größe eine beliebige Anzahl Zähne zu geben, sondern die Anzahl der Zähne des einen Rades muß sich zur Anzahl der des andern verhalten, wie sich die Peripherien oder Diameter der Theilkreise zu einander verhalten.

Da ferner bei den Verzahnungen die in einander greifenden Theile nie außer Berührung kommen dürfen, so ist aus diesem Grunde schon die Größe einer Theilung nicht beliebig, sondern dieselbe muß so genommen werden, daß immer wenigstens zwei Zähne in Wirksamkeit sind, so daß, ehe noch ein Zahn austritt, ein anderer schon wieder sich im Eingriffe befindet. Auch müssen die Zwischenräume der Zähne so groß seyn, daß bei dem Ein- und Ausstreichen derselben kein Drängen entsteht.

§. 16.

Form der Zähne.

Nebst der genauen Berechnung und Eintheilung hat die Form der Zähne sowohl auf die Gleichförmigkeit des Ganges, als auf die Dauerhaftigkeit einer Verzahnung wesentlichen Einfluß.

Unter der Form der Zähne wird nicht nur ihre Länge und Breite verstanden, sondern hauptsächlich die Gestalt, welche den auf einander wirkenden Flächen derselben zukommt; die Gestalt soll aber von der Art und Beschaffenheit seyn, daß die Zähne mit größter Leichtigkeit über einander hinweggleiten, die dadurch entstehende Reibung möglichst vermindert wird, und die Bewegung ohne alles Stoßen ruhig vor sich geht.

Dieses wird bewirkt, indem man die Zähne nach den bereits beschriebenen Cycloiden und Evolventen formt,

welche Form nach den übereinstimmenden, genauen Berechnungen und häufig angestellten Versuchen der größten Mathematiker als die beste anerkannt wird, und sich durch vielfältige Anwendung bereits als die zweckdienlichste bewährt hat. Hinsichtlich der Verwendung obiger Curven für die Form der vorkommenden verschiedenen Verzahnungen soll man sich strenge an die nachfolgenden Regeln halten, wenn man sich anders nicht der Gefahr aussetzen will, die in der Einleitung aufgezählten großen Nachtheile herbeizuführen.

§. 17.

Dauerhaftigkeit einer Verzahnung.

Dieselbe hängt nebst dem, daß durch eine zweckmäßige Zahnform die Reibung vermindert, und die gänzliche Abnützung möglichst weit hinausgerückt wird, auch vorzüglich von der Stärke der Zähne, und diese von der Größe der Theilung ab. Die Größe der Theilung muß aber so beschaffen seyn, daß, wie schon oben erwähnt, immer wenigstens zwei Zähne in Thätigkeit sind; ferner kommt es aber auch nebst diesem auf die Stärke des Widerstandes und auf die Eigenschaften des Materials an, aus welchem Verzahnungen verfertigt werden. Diesem und der Verschiedenheit des Zweckes zu Folge können für die Theilung keine bestimmten Regeln aufgestellt werden, sondern dieselben ergeben sich nur aus der gründlichen Kenntniß des Zusammenhangs und der Zerreißbarkeit des zu verwendenden Metalles und Holzes, und durch mehrere practische Erfahrungen. Es ist wohl einleuchtend, daß die Zähne der Räder einer Thurmuhr oder eines Bratenwenders eine größere Theilung erfor-

dern, als die einer Taschenuhr, indem erstere einen größern Widerstand auszuhalten haben, als letztere, und daß Räder von denen, welche aus Holz, andere aus Metall verfertigt, aber gleich groß sind, und gleichen Widerstand auszuhalten haben, nicht ein und dieselbe Theilung erheischen.

§. 18.

Berechnung der durch Verzahnungen zu bewirkenden Geschwindigkeit.

Nebst der Uebertragung und Fortpflanzung einer Bewegung vermittelst verzahnter Räder kann auch noch ein Gewinn an Schnelligkeit bezweckt werden.

Setzt man nämlich Räder von ungleicher Größe mit einander in Eingriff, so werden sie sich auch ungleich schnell bewegen, indem nach vorausgehender Bedingung die Zähne ineinander greifender Räder ganz gleich groß seyn müssen, auf der Peripherie eines kleinen Kreises aber weniger Zähne Platz finden, als auf der eines großen, und ein Zahn immer nur einen des andern Rades fortschiebt.

Um die Differenz der Umdrehungen ungleich großer Räder zu erfahren, darf man nur mit der Zähne-Anzahl des kleinen in die des großen Rades dividiren; das erhaltene Produkt ist dann die gesuchte Differenz; z. B. es seyen zwei Räder im Eingriffe, von denen das eine 48, das andere 8 Zähne hat, so ist $\frac{48}{8} = 6$ Umgänge wird daher das mit 8 Zähnen machen, während das mit 48 Zähnen nur Einen macht. Die Anzahl der Umdrehungen kann daher sowohl vermehrt, als vermindert

werden, indem man nur nöthig hat, die bewegende Kraft gemäß einer Forderung an das kleine oder große Rad anzubringen.

Sind mehrere verzahnte Räder von ungleicher Zähne-Anzahl mit einander im Eingriffe, welche alle von einem ersten in Bewegung gesetzt werden, und man will wissen, wie viele Umgänge das letzte, während eines Umgangs des ersten, macht, so multiplicire man die Zahlen der Zähne der kleinen Räder miteinander, und theile mit dem erhaltenen Producte in das, welches man durch Multiplication der Zähne aller großen Räder erhalten hat, hinein; der Quotient ist dann die Anzahl der Umdrehungen des letzten Rades, während Einer des ersten.

Auf gleiche Weise, doch etwas unbequemer bekommt man die Differenz der Umdrehungen mehrerer mit einander verbundener verzahnter Räder, wenn man immer mit der Zähne-Anzahl des kleinen in die des in dieses eingreifenden großen Rades dividirt, und die erhaltenen Quotienten mit einander multiplicirt; z. B. man hat eine Zusammensetzung von 8 Rädern Taf. 1, Fig. 5, A, B, C, D und a, b, c, d (Theilkreise der Räder), von denen A 36 und das eingreifende kleine Rad a 12 hat; mit diesem Rade a ist ein anderes B verbunden zu 56 Zähnen, dieses greift in eines b zu 7 Zähnen; mit diesem b ist wieder ein größeres C zu 48 Zähnen in ein kleines c mit 8 Zähnen eingreifend verbunden, und endlich ist noch mit c ein großes Rad D zu 24 Zähnen verbunden, welches in das letzte kleine d zu 6 Zähnen eingreift.

Es soll nun angegeben werden, wie viele Umgänge das letzte Rad d während eines Umgangs des ersten Rades A macht. Nach der erst beschriebenen Art ist die Auflösung folgende:

$$\frac{36 \times 56 \times 48 \times 24}{12 \times 7 \times 8 \times 6} = \frac{2322432}{4032} = 576 \text{ Umgänge.}$$

Nach der zweiten:

$$\frac{A}{a} = \frac{36}{12} = 3$$

$$\frac{B}{b} = \frac{56}{7} = 8$$

$$\frac{C}{c} = \frac{48}{8} = 6$$

$$\frac{D}{d} = \frac{24}{6} = 4 \times 6 \times 8 \times 3 = 576 \text{ Umgänge.}$$

Ist bei einem zu construirenden Räderwerke schon eine Geschwindigkeit der Anzahl der Umläufe eines letzten Rades, während einer Revolution eines ersten Rades bestimmt, und ist diese Anzahl der Umläufe so groß, daß, wenn man dieselbe vermittelst eines einzigen Räder-Paares bewirken wollte, eines der Räder so groß würde, daß dessen Ausführung höchst unbequem und mit vielen Kosten verbunden wäre, so bedient man sich mehrerer Räder. Daß die Zahlen der Zähne solcher Räder ein gewisses Verhalten zu einander haben müssen, um die Zahl der bedingten Umläufe bewirken zu können, wird nicht zu erwähnen nöthig seyn.

Um die Anzahl der Zähne mehrerer Räder, vermittelst welcher eine bestimmte Zahl Umläufe eines letzten Rades bewirkt werden soll, zu bestimmen, wird auf folgende Weise verfahren:

Man zerfällt die Zahl der Umläufe in mehrere Factoren (solche Zahlen, welche mit einander multiplicirt, wieder die Zahl der Umläufe geben); z. B. es sey die Zahl der Umläufe eines Rades 200, so sind Faktoren I) 100 und 2. II) 50 und 4. III) 40 und 5. IV) 20

und 10. V) 25, 4 und 2. VI) 10, 5 und 4. VII) 8, 5 und 5.

Die Zahl der Factoren bestimmt immer die Zahl der Räder; wählt man nämlich eine Reihe, in welcher nur 2 Factoren vorhanden sind, wie I, II, III oder IV, so hat man nur zwei große, und eben so viele kleine Räder (Getriebe) nöthig; nimmt man aber eine Reihe, wie V, VI und VII, in welcher sich 3 Factoren befinden, so braucht man auch 3 große und 3 kleine Räder. Das Verhältniß der Getriebe zu den Rädern ist immer das der Factoren zu 1. Soll nun ein Räderwerk construirt werden, bei welchem das letzte Rad 200 Umläufe macht, während Eines des ersten, so wählt man sich die passendste Factoren-Reihe aus; z. B. die VIIte Reihe 8, 5 und 5. Wir hätten nun 3 Räder und eben so viele Getriebe nöthig, und es müßte sich die Zähne-Anzahl des in das erste Rad eingreifenden Getriebes zur Anzahl der Zähne des Rades verhalten, wie sich 1 zu 8 verhält. Das Verhältniß des zweiten und dritten Getriebes zu ihren Rädern ist 1 zu 5. Es steht nun in unsrer Willkür den Getrieben eine beliebige Anzahl Zähne zu geben, nur ist zu bemerken, daß die Zähne-Zahl des Getriebes multiplicirt werden muß mit dem Factor des eingreifenden Rades, welches Product dann die Anzahl der Zähne des Rades bestimmt; z. B. das Getriebe des Rades mit dem Factor 8 soll 7 Zähne, die Getriebe der andern mit den Factoren 5 aber jedes 9 Zähne bekommen, so ist

$8 \times 7 = 56$ die Zähne-Anzahl des ersten,
$5 \times 9 = 45$ des zweiten,
$5 \times 9 = 45$ des dritten Rades.

Um zu erfahren, ob vermittelst dieser Räder auch die verlangten 200 Umläufe des letzten Getriebes, während

einer Revolution des ersten Rades, bewirkt werden, multiplicire man nach dem vorhergehenden die Anzahl der Zähne der Räder, und theile in das erhaltene Product mit dem, welches durch Multiplication der Getriebezähne-Anzahlen erhalten wurde, hinein. Der Quotient muß dann wieder die Zahl 200 seyn, als:

$$\frac{56 \times 45 \times 45}{7 \times 9 \times 9} = \frac{113400}{567} = 200 \text{ Umläufe.}$$

Ist es der Fall, daß eine bestimmte Zahl der Umläufe eines letzten Rades von der Art ist, daß sie sich nicht in Factoren zerfällen läßt (eine sogenannte Prim-Zahl ist), so können nicht mehr als zwei Räder angewendet werden, und man erhält die Zähne-Anzahl des großen Rades, wenn man die Zahl der Umläufe mit der willkürlichen Zähne-Zahl des kleinen Rades multiplicirt; z. B. es sey 131 die Zahl der Umläufe des letzten Getriebes, welchem man 6 Zähne geben will, so ist 131 × 6 = 786 Zähne müßte das große Rad haben. Da aber Räder mit so großer Zähne-Anzahl in der Anwendung, besonders des großen Raumes wegen, welchen sie einnehmen, viel Unbequemes haben, und eine kleine Abweichung von einer Anzahl Umdrehungen eines Theils, während Einer eines andern, zumal bei technischen Maschinen, äußerst selten Einfluß auf ihre Wirkung hat, so ordnet man eine Zusammensetzung von mehreren Rädern an, indem man statt einer Prim-Zahl eine andere wählt, welche ihr aber am nächsten kommt; z. B. statt der Zahl 131 kann man entweder 130 oder 132 wählen. Diese beiden Zahlen lassen sich in Factoren zerfällen, und man bekommt nur um einen Umgang mehr oder weniger.

§. 19.

Berechnung der Theilkreise und deren Diameter verzahnter Räder.

Nachdem man das einem gewissen Zwecke entsprechende Verhältniß verzahnter Räder, die Anzahl ihrer Zähne und die Größe einer Theilung bestimmt hat, müssen, ehe noch zur Construction derselben geschritten werden kann, die Theilkreise und deren Diameter berechnet werden. Es muß nämlich die Größe der Peripherie des Theilkreises eines Rades bestimmt werden, um daraus die Größe des Diameters bestimmen zu können.

Dieses geschieht auf folgende Art:

Man multiplicirt die Zähne-Anzahl mit der Größe der Theilung; das erhaltene Product ist dann die Größe der Peripherie; multiplicirt man ferner dieses mit der Zahl 113, und dividirt das hiedurch erhaltene Product mit 355, so bezeichnet der Quotient die Größe des Diameters des Theilkreises von bestimmter Zähne-Anzahl und festgesetzter Theilung; z. B. es soll der Diameter des Theilkreises eines verzahnten Rades, welches 64 Zähne bekommt, und wovon die Theilung 3 Zoll beträgt, bestimmt werden, so ist:

$64 \times 3 = 192$ Zoll die Größe der Peripherie.

Ferner:

$192 \times 113 = \frac{21696}{355} = 61^{41}/_{355}$ Zoll müßte der Diameter eines Kreises von 192 Zoll Peripherie haben. Da aber obiger Bruch $^{41}/_{355}$ für die Ausführung sehr unbequem wäre, indem man einen Zoll in 355 Theile theilen, und dann erst 41 solcher Theile zu den 61 Zoll nehmen müßte, so kann man die übergebliebenen 41 Zoll zu Linien machen,

und diese durch die Zahl 355 theilen. Sollten nach dieser Theilung auch noch mehrere Linien übrig bleiben, so kann man die übergebliebenen noch in Punkte verwandeln, und neuerdings eine Theilung dieser Punkte durch 355 vornehmen. Es fragt sich nur, ob das zur Ausführung zu gebrauchende Maß zehn- oder zwölftheilig ist. Ersteres ist für die Rechnung viel bequemer, indem man nur, wenn man z. B. die 41 Zoll zu Linien machen will, zu 41 eine Nulle beisetzen darf, während man bei letzterem die übergebliebenen Zolle, um aus selben Linien zu erhalten, mit 12 multipliciren muß, und dann erst die Theilung durch 355 vornehmen kann, welches bei den Punkten der nämliche Fall ist; z. B. bei zehntheiligem Maße erhält man aus den 41 Zoll durch das bloße Beisetzen einer Nulle 410 Linien, und es wäre:

$\frac{410}{355} = 1^{55}/_{355}$ Linien; setzt man zu den 55 Linien wieder eine Nulle, so sind es Punkte, als:

$\frac{550}{355} = 1^{195}/_{355}$ Punkte.

Diesen letzten Bruch kann man immer füglich hinweglassen, indem es genau genug ist, wenn die Größe der Diameter der Räder aller vorkommenden technischen Maschinen bis zu Punkten bestimmt ist. Wir hätten demnach im zehntheiligen Maße für den Diameter eines Kreises, dessen Peripherie 192 Zoll mißt, 61 Zoll, oder 6 Schuh 1 Zoll 1 Linie und 1 Punkt. Da aber in der Ausführung gewöhnlich zwölftheiliges Maß gebraucht wird, so können obige 61 Zoll eben so wohl als zwölftheilig, und nur die Linien und Punkte als zehntheilig betrachtet werden, und man hätte nur nöthig, sich einen zwölftheiligen Zoll in zehn Theile als Linien, und eine solche Linie wieder in

zehn Theile als Punkte einzutheilen, um dieselben der Forderung gemäß hier abzustechen und zu den zwölftheiligen tragen zu können. Diesem zu Folge hätten wir nun als Maß für den Diameter obiger Peripherie 5 Schuh 1 Zoll zwölftheiliges und 1 Linie und 1 Punkt zehntheiliges Maß.

§. 20.

Maßstab zur Abnahme der Diameter der Theilkreise verzahnter Räder.

Auf kürzerm Wege, aber nicht mit der Genauigkeit, wie bei der Berechnung, kann man die Diameter der Theilkreise der verzahnten Räder, wenn die Größe der Theilung und die Zähne-Anzahl bestimmt ist, ohne zu rechnen, vermittelst Zeichnens durch folgendes Verfahren erhalten.

Man trägt nämlich mit einer beliebigen Zirkel-Oeffnung so viele gleiche Theile auf eine gerade Linie A B Blatt I. Fig. 6 von A aus, als ein Rad Zähne bekommen soll, hier 30, errichtet aus den Punkten 30 und 22 Senkrechte von unbestimmter Länge, trägt auf die aus 22 errichtete Linie von 22 aus die Größe der Theilung sieben Mal, und zieht von A nach VII eine gerade Linie A C, bis sie die aus 30 errichtete Senkrechte in C schneidet. Die Länge der Linie von C bis 30 ist nun der Durchmesser eines Rades von 30 Zähnen mit der festgesetzten Theilung. Wollte man den Diameter des Theilkreises eines in dieses Rad eingreifenden Getriebes wissen, so darf man nur aus der Zahl, die der Zähne-Anzahl desselben entspricht, eine senkrechte errichten, bis sie von der Linie A C geschnitten wird, wo

dann wieder die Länge dieser Linie vom erwähnten Durchschnitte bis zur entsprechenden Zähne=Zahl der Durchmesser ist; z. B. das Getrieb soll 10 Zähne bekommen, so errichte man aus 10 eine senkrechte Linie, und messe ihre Länge von 10 bis d, welches dann der Diameter des Getrieb=Theilkreises ist.

Daß dieses Verfahren nicht jene Genauigkeit gewähren kann, wie die Rechnung, ersieht man schon daraus, indem man sich hier mit dem Verhältnisse des Durchmessers zur Peripherie eines Kreises von 7 zu 22 begnügt, während beim Rechnen das 113 zu 355 (Ludolphische Zahl) genommen wird.

III.

Construction der Verzahnungen.

---

§. 21.

Construction von zwei verzahnten cylindrischen Rädern.

Blatt III. Fig. 1.

Nachdem in gedrängter Kürze das Wesentlichste in Betreff der Eigenschaften und der Berechnung der Verzahnungen erörtert wurde, kann nun zu ihrer Construction geschritten werden.

Die einfachste Anordnung einer Verzahnung ist obige, von zwei in einander greifenden, cylindrischen Rädern, deren Achsen parallel sind, und deren Zähne sich außerhalb der Peripherie des Theilkreises befinden, so daß sie gleichsam einen Stern bilden, wovon sie auch Stern- und Stirnräder genannt werden. Bei der Construction dieser, so wie aller übrigen verzahnten Räder, ist, wenn ein ihrem Zwecke entsprechendes Verhältniß, die Zähne-Anzahl und die Größe der Theilung einmal festgesetzt ist, das Erste die Berechnung der Theilkreise und deren Durchmesser. Nehmen wir an, die zu construirenden Räder sollen sich zu einander verhalten, wie sich 1 zu 2 verhält, die Anzahl der Zähne des großen Rades soll 24, die des kleinen (Getriebe genannt) aber 12 und die Theilung

1 bayerischer zwölftheiliger Zoll seyn; so ist nach der im §. 19 gegebenen Anleitung zur Berechnung der Peripherien und Diameter der Theilkreise verzahnter Räder der Durchmesser des großen Rades (in der Folge Rad glatt weg genannt) 7 zwölftheilige Zoll, 6 zehntheilige Linien und 3 Punkte, der des Getriebes aber 3 zwölftheilige Zoll, 8 zehntheilige Linien, und 1½ Punkt.

Da uns hiedurch die Diameter der Theilkreise obiger 2 Räder bestimmt sind, so kann auch sogleich mit der Construction derselben begonnen werden. Man ziehe nämlich die gerade Linie A, C, B, Blatt III. Fig. 1, und beschreibe mit dem halben Durchmesser des Rad-Theilkreises als Radius aus B, dessen Theilkreis D, C, E und aus A mit dem halben Diameter des Getriebe-Theilkreises als Radius dessen Peripherie H, C, F, so daß sich die beiden Kreise in C berühren; nun theile man einen der Kreise in so viele gleiche Theile, als das Rad, welchem er angehört, Zähne bekommen soll, trage den vierten Theil von einem dieser Theile als halbe Zahndicke auf den Radtheilkreis D, C, E von C nach a, und eben so von C nach a′ auf den Theilkreis des Getriebes H, C, E. Von a als einem Radzahn-Mittel theile man die Uebrigen a, c, e u. s. w. auf der Peripherie des Radkreises D, C, E gleich ein, halbire alle Theilungen, und ziehe Radien bis zu den Halbirungs-Punkten b, d, u. s. w. als Mittel der Zwischenräume der Zähne von B aus, so wie durch a, c, e u. s. w. als Zahn-Mittel, welch' letztere einstweilen unbestimmt über den Theilkreis D, C, E hinaus verlängert werden. Auf gleiche Weise verfährt man bei dem Getriebe: man theilt nämlich dessen Theilkreis H, C, E von a′ als dem ersten Zahnmittel angefangen in eine Anzahl gleicher Theile a′ c′ e′ u. s. f., welche der Zähne-Anzahl

ent-

entspricht, halbirt diese Theile, und zieht bis zu den Halbirungspunkten b′ d′ f′ u. s. f. von A aus Radien, welche die Mittel der Zahnzwischenräume sind; eben so zieht man durch die Theilungspunkte a′ c′ e′ u. s. w., als Mittel der Zähne, Radien von A über den Theilkreis unbestimmt hinaus. Ferner nimmt man C a oder C a′ als den vierten Theil einer Theilung und als halbe Zahnbreite in den Zirkel, trägt sie von den Zahnmitteln des Rades a c e 2c. und von denen des Getriebes a′ c′ e′ 2c. zur linken und rechten Seite auf die Theilkreise auf, und zieht Radien von ihren entsprechenden Mittelpunkten A und B bis zu selben. Diese Radien bestimmen die Breite der Zähne, so wie die Breite der Zwischenräume von beiden Rädern; es mangelt uns jetzt noch die Länge sowohl, als hauptsächlich die Form derselben.

Die Form der Zähne besteht bei dieser Art Räder aus drei Theilen, nämlich: der Abrundung, der Flanke und der Höhlung.

Die Abrundungen sind Theile von Epicycloiden, welche die Zähne außerhalb des Theilkreises begränzen und zugleich die Länge derselben bestimmen.

Die Flanken sind Stücke der die Zahndicke bestimmenden, letztgezogenen Radien. Sie befinden sich innerhalb des Theilkreises, und sind gemeinschaftliche Tangenten einer Abrundung und einer Höhlung.

Vermittelst der Höhlungen, welche bei diesen Rädern Stücke von verlängerten Epicycloiden sind, werden immer zwei Flanken mit einander verbunden, auch wird durch sie die Tiefe (Grund) der Zwischenräume der Zähne bestimmt.

Um die Abrundung eines Radzahnes zu erhalten, verfährt man auf nachfolgende Weise: Man halbirt den Halbmesser des Getriebtheilkreises A C, und beschreibt mit des-

sen einer Hälfte als Radius einen Kreis, dessen Mittelpunkt K auf dem Radius A C liegt, und so, daß selber den Theilkreis des Rades in C berührt. Diesen Kreis betrachte man nun als wälzenden, auf der Peripherie des Radtheilkreises als erzeugenden, und construire von C aus, als ursprünglich erzeugenden Punkt, eine Epicycloide C h so weit, bis sie den Radius B a in h schneidet. Diese Epicycloide C h bildet, auf die andere Seite des Halbmessers B a auch übergetragen, die Abrundung des Zahnes, und bestimmt zugleich durch den Durchschnitt bei h dessen Länge. Da nun, wie bekannt, alle Zähne eines Rades von gleicher Form und Länge seyn müssen, so beschreibt man durch den Punkt h aus B einen Kreis, welcher alle Zahnmittel c e u. s. f. durchschneidet, und sohin die Länge der Zähne und die Lage ihrer Spitzen in den Durchschnittspunkten bezeichnet, auf welche, vermittelst transparenten Papiers, die bereits gefundene Abrundung übergetragen wird.

Nach der Länge der Zähne richtet sich auch die Tiefe der Höhlungen des Getriebes. Denkt man sich nämlich den Zahn a so bewegt, daß sich seine Spitze im Punkte o befindet, so ist o die Stelle, an welcher die Zähne des Rades am tiefsten in das Getriebe greifen, und man hat nur nöthig, mit dem Radius A o aus A einen Kreis zu beschreiben, welcher in den Durchschnittspunkten der Höhlungsmittel b′ d′ u. s. f. die Tiefe aller Höhlungen des Getriebes bezeichnet.

Der die Zahnlänge des Rades bezeichnende, aus B mit dem Radius B h beschriebene Kreis bestimmt ferner, nebst der Tiefe der Höhlungen des Getriebes, auch die Länge der Flanken desselben; er schneidet nämlich den aus K mit dem Halbmesser A K beschriebenen Kreis in den Punkten n und m; nimmt man nun A m oder A n als

Radius, und beschreibt damit aus A einen Kreis, so ist immer vom Durchschnitte desselben, mit einem die Zahnbreit zu bestimmenden Radius, bis zum Theilkreise HCF die Länge einer Flanke.

Auf gleiche Weise erhält man die Abrundung der Zähne des Getriebes, und die Tiefe der Höhlungen und Länge der Flanken des Rades. Man halbirt nämlich den Halbmesser des Radtheilkreises BC, und beschreibt mit dessen einer Hälfte als Radius einen Kreis, dessen Mittelpunkt K' auf der Linie AB liegt, und so, daß dessen Peripherie die des Getriebtheilkreises HCF in C berührt. Mit diesem, als erzeugenden, auf der Peripherie des Radtheilkreises, als Grundkreis wälzend, verzeichnet man eine Epicycloide von C als ursprünglich erzeugenden Punkt, bis sie das Zahnmittel des Getriebes Aa' bei h' schneidet; man nimmt nun Ah' als Radius, und beschreibt aus A einen Kreis, welcher die Länge aller Zähne in den Durchschnitten der Zahnmittel des Getriebes bezeichnet, und trägt das Stück Epicycloide Ch', als Abrundungscurve, nach der beschriebenen Art auf alle Zähne über. Den Zahn a' denke man sich bewegt, bis seine Spitze h' sich in o' befindet, nehme den Radius Bo', und beschreibe aus B einen Kreis, so bezeichnet dieser in den Durchschnittspunkten mit den Mitteln der Zwischenräume bdf u. s. w. die Tiefe der Höhlungen. Der aus K mit dem Halbmesser KB beschriebene Kreis schneidet den aus A mit Ah' beschriebenen in m' und n'; nimmt man nun Bm' oder Bn' als Radius, und beschreibt aus B einen Kreis, so schneidet selber die Radien, welche die Zahnbreite bezeichnen, und bestimmt hierdurch, gleichwie bei dem Getriebe, die Länge der Flanken. Zur Vollendung der Construction beider Räder haben wir

nun nur noch deren Höhlungen zu bestimmen; dieses geschieht auf folgende Art:

Für eine Höhlung des Rades nehme man den Theilkreis des Getriebes HCF als wälzenden in concentrischer Verbindung mit dem, mit dem Radius Ah′ aus A beschriebenen Kreise als erzeugenden, und verzeichne, indem man dieselben auf den Theilkreis des Rades wälzt, von o′ als ursprünglich erzeugendem Punkte eine verlängerte Epicycloide o′p′, bis sie sich mit dem nächsten Zwischenraummittel an dem Punkte p′, wo dieses von dem, mit dem Radius Bn′ oder m′ aus B beschriebenen Kreise geschnitten wird, vereinigt; wodurch man die Hälfte der Höhlung bekommt, welche nun gleich den Abrundungen zu beiden Seiten der Höhlungsmittel bd u. s. w., vermittelst transparenten Papiers, übergetragen werden kann.

Die Höhlungen des Getriebes erhält man, indem man dessen Theilkreis HCF als Grundkreis betrachtet, und auf ihn in concentrischer Verbindung des Kreises mit dem Radius Bh als erzeugenden, den Theilkreis DCE des Rades wälzt, und die hiedurch entstehende verlängerte Epicycloide op vom Punkte o an verzeichnet, bis sie sich mit dem nächsten Höhlungsmittel an dem Punkte p vereinigt, wo dieses von dem mit dem Radius Am aus A beschriebenen Kreise geschnitten wird, wodurch nun, wenn diese halbe Höhlung op auch zu beiden Seiten der Höhlungsmittel b′d′ u. s. f. nach beschriebener Weise übergetragen wird, auch die Construction der beiden Räder vollendet ist.

Aus der angewandten Verfahrung bei der Construction dieser Räder wird man ersehen, daß die Länge der Zähne und Tiefe der Höhlungen einzig von der Breite derselben bei gleichen Grund- und erzeugenden Kreisen abhängt. Da nun aber die Breite der Zähne sich, wie bekannt, nach

der Stärke des Widerstandes, welchen dieselben auszuhalten haben, richtet, so würde nicht nur ihre Länge oft von solcher Bedeutung, daß bei kleinen Getrieben die Höhlungen so nahe gegen den Mittelpunkt, ja oft über denselben fallen, daß im ersten Falle keine Achse mehr angebracht werden könnte, im zweiten aber kein Zusammenhang der Zähne mehr statt fände, sondern sie verlieren auch durch eine übermäßige Länge an ihrer Festigkeit, und werden in der practischen Ausführung sehr mühsam und kostspielig. Um diesem zu begegnen, stumpft man die Zähne parallel mit ihren Theilkreisen ab, wie in Blatt III. Fig. 1. der Zahn e des Rades und der des Getriebes q abgestumpft ist. Die nämliche Bewandtniß hat es mit den Höhlungen; auch sie können, der Zahnlänge entsprechend, entweder nur zum Theil gemacht, wie in Blatt III. Fig. 1., im Rade bei d und im Getriebe bei r, oder auch wie in nachfolgender Construction gänzlich hinweggelassen werden.

§. 22.

Construction von zwei verzahnten cylindrischen Rädern mit stark abgestumpften Zähnen und ohne Höhlungen.

Blatt III. Fig. 2.

Nachdem die Theilkreise gehörig berechnet sind, ziehe man die Linie AB, und beschreibe den Theilkreis des Getriebes HCF aus A und den des Rades DCE aus B, so daß sie sich in C berühren; von C trage man den vierten Theil der Theilung *) auf den beiden Theilkreisen nach

*) Bei Ausführung der Räder nehme man etwas weniger als den vierten Theil der Theilung, damit die Zwischenräume etwas größer als die Zahnbreite wird.

a und a', theile von diesen Punkten a und a' die Theilkreise in diejenige Anzahl Theile, welche der der Zähne entspricht, halbire diese Theile, und ziehe für das Rad die Radien a b c d u. s. w. aus B, so wie für das Getriebe aus A die Radien a' b' c' d' u. s. w. als Zahn- und Höhlungsmittel; ferner nehme man den vierten Theil der Theilung als Radius, und beschreibe aus C einen Kreis, welcher die Linie AB in o und o' schneidet. B o nimmt man nun als Radius, und beschreibt aus B einen Kreis; eben so nimmt man B o' als Radius und beschreibt einen zweiten Kreis aus B. Von diesen Kreisen bestimmt der mit dem Radius B o, vermittelst Durchschneidung der schon gezogenen, die Zahnbreite zu bestimmenden Radien, die Länge der Flanken, von diesen Durchschnittspunkten bis zu denen des Theilkreises, und die Tiefe der Zahnzwischenräume, Grund genannt. Die Länge der Flanken hängt daher bei Rädern ohne Höhlung nicht wie bei den vorhergehenden von der Größe der Theilkreise ab, sondern dieselbe bestimmt nur die Tiefe des Eingriffs der Zähne, und ist, wenn anders die Zähne beider Räder gleich lang sind, auch auf beiden gleich. Die zwischen zwei Zähnen liegenden Bogenstücke des Kreises mit dem Radius B o verbinden immer zwei Flanken, und begränzen die Zwischenräume der Zähne. In der Ausführung wird jedoch der Grund nicht nach den Bogenstücken dieses Kreises gearbeitet, sondern nach denjenigen von einem Kreise, welcher einen etwas kleinen Diameter hat, damit man nicht besorgen darf, daß die Zähne des Getriebes auf den Grund aufstehen, und dadurch Reibung verursachen. Der zweite mit dem Radius B o' aus B beschriebene Kreis bestimmt die Länge der Zähne, und begränzt dieselben nach Außen.

Auf gleiche Weise verfährt man auch bei dem Getriebe: Man nimmt nämlich einen etwas kleinern Radius als A o′, und beschreibt aus A den Kreis, dessen zwischen zwei Zähnen liegende Bogenstücke die Tiefe der Zwischenräume (Grund) bestimmen, und eben so beschreibt man mit A o aus A einen Kreis, welcher die Zähne nach Außen begränzt und dadurch ihre Länge bestimmt. Es fehlen jetzt nur noch die Abrundungen der Zähne beider Räder. Man erhält dieselben auf folgende Weise für das Rad, indem man einen Kreis, dessen Diameter gleich ist dem Radius des Theilkreises H C F des Getriebes, als erzeugenden auf dem Theilkreise D C E des Rades als Grundkreis wälzt, und von C als ursprünglich erzeugenden Punkt nach dem Radius a eine Epicycloide verzeichnet, bis sie den Kreis mit dem Radius B o′ in h schneidet, welches Stück C h die Abrundungscurve der Zähne des Rades ist, und auf die andere Seite des Zahnes, so wie dann auf alle übrigen Zähne nach der bekannten Weise übergetragen wird. Die Abrundungscurve der Zähne des Getriebes ist ein Stück einer Epicycloide, welche von C als ursprünglich erzeugenden Punkt, vermittelst Wälzung eines erzeugenden Kreises mit dem Radius des Radtheilkreises D C E als Diameter auf dem Theilkreise des Getriebes als Grundkreis erzeugt wird, bis sie den Kreis mit dem Radius A o, aus A beschrieben, in h′ schneidet.

Räder nach dieser Construction ausgeführt, gewähren in der Anwendung, hinsichtlich der Stärke der Zähne, als besonders der leichtern Bearbeitung und geringern Kosten, bedeutende Vortheile vor denen mit ganzen Zähnen und Höhlungen; allein es ist keineswegs anzurathen, die Zähne noch mehr abzustumpfen, oder derlei Räder da anzuwenden, wo die höchste Genauigkeit des Ganges und

Gleichförmigkeit der Bewegung gefordert wird, sondern im Gegentheile, man sollte hierbei die Zähne sehr wenig abstumpfen, ja dieselben, wenn es ihrer Festigkeit wegen unbeschadet seyn kann, lieber ganz lassen.

Die Spitzen der Zähne sind zwar immer beim ersten Anblicke, besonders für Praktiker anstößig, indem sie glauben, dieselben würden sich sehr schnell abnützen; allein dieser Glaube verschwindet bei näherer Untersuchung sogleich, indem nämlich die Zähne nicht nur an allen Punkten ihrer Begränzung zum Angriffe kommen, sondern ihre Wirkung auf einander sich auch an allen diesen Punkten gleich bleibt.

Es kann daher, wenn auch in der Länge der Zeit eine Abnützung eintritt, dieselbe nie an einem, sondern immer nur an allen Punkten, und sohin parallel mit der Begränzung der Zähne statt finden, wodurch denn auch die Zähne wohl an ihrer Breite und Länge verlieren können, sich aber immer wieder in eine Spitze endigen werden.

§. 23.

Construction eines verzahnten Rades, welches in eine mit cylindrischen Triebstöcken versehene Laterne eingreift.

Blatt III. Fig. 3.

Sind die Theilkreise möglichst genau berechnet, so ziehe man die Linie AB und beschreibe den des Rades DCE aus B und den der Laterne HCF aus A, so daß sich beide Theilkreise in C berühren; vom Punkte C, als dem Mittelpunkte eines Triebstockes, theile man die übrigen Mittel derselben d e f g h u. s. w. auf dem Theilkreise der

Laterne ein, und beschreibe aus diesen Theilungspunkten d e f u. s. w. die Peripherie der Triebstöcke mit dem vierten Theil der Theilung, als Radius genommen. Ferner theile man auf der Peripherie des Radtheilkreises D C E von C, als Mittel einer Höhlung des Rades, die übrigen Höhlungsmittel e′ g′ ꝛc. ein, und beschreibe aus e′ g′ ꝛc. mit dem Radius eines Triebstockes Halbkreise innerhalb des Radtheilkreises, welche Höhlungen des Rades sind.

In der practischen Ausführung sind die Radien für die Höhlungen etwas stärker zu nehmen, damit einiger Spielraum für die Triebstöcke bleibt, welches besonders nothwendig ist, wenn die Räder von Holz gemacht werden.

Um auch die Mittel der Zähne zu erhalten, halbire man die Entfernungen von einem Höhlungsmittel zum andern, und ziehe Radien durch die Halbirungspunkte d f h u. s. f.

Da die Zähne eines Rades, welches in ein Getriebe mit cylindrischen Triebstöcken versehen eingreift, keine Flanken, sondern nur Höhlungen und Abrundungen haben, so ist zur Vollendung der Construction nur noch nöthig, letztere zu bestimmen. Dieses geschieht auf folgende Art: Man nimmt den Theilkreis des Rades D C E als Grundkreis, und erzeugt, vermittelst wälzen des Theilkreises der Laterne H C F, auf ihm von C als ursprünglichen Erzeugungspunkt, ein Stück einer Epicycloide C m. Diese Epicycloide ist aber noch nicht die Abrundung eines Zahnes des Rades, wie bei den vorhergehenden, sondern die Abrundungscurve liegt noch um dem Radius eines Triebstockes von ihr entfernt; man nehme daher den Halbmesser eines Triebstockes und beschreibe mehrere Kreisbögen 1 2 3, deren Mittelpunkte alle auf der Epicycloide C m sind, und verzeichne eine Curve a h, welche sich an diese Kreisbögen

anlehnt, sohin parallel mit Cm ist, bis sie den nächsten Zahnradius in h schneidet; durch h beschreibt man aus B einen Kreis, welcher die Länge aller Zähne bestimmt, und trägt die Abrundung auf bekannte Weise auch zur linken und rechten Seite auf dieselben über, wodurch nun die Construction vollendet ist.

Diese Art Zusammensetzung von Rädern wird gewöhnlich angewendet, wenn dieselben aus Holz verfertigt werden, wobei aber sowohl die Spitzen der Zähne, als auch die Höhlungen, wie in Blatt III. Fig. 4., weggelassen werden, indem es zu umständlich ist, sie auszuführen, und überhaupt Werke, bei welchen hölzerne Räder gebraucht werden, selten so große Genauigkeit, welche Spitzen und Höhlungen erheischen, erfordern.

Was das Weglassen der Höhlungen und Abstumpfen der Zähne betrifft, hat man sich an die bereits gegebenen Regeln und an die Zeichnung Blatt III. Fig. 4. zu halten.

§. 24.

Construction zweier cylindrischen Räder, von denen die Zähne des einen sich innerhalb des Theilkreises befinden.

Blatt IV. Fig. 1.

Nach gehöriger Berechnung der Theilkreise beider Räder beschreibe man mit dem Radius BC den des großen Rades DCE aus B, und den des kleinen HCF aus A so, daß sich wieder die beiden Kreise in C berühren; von C steche man den vierten Theil einer ganzen Theilung als halbe Zahnbreite auf die Peripherie des Radtheilkreises DCE nach a, und ziehe nach a einen Radius aus B; von a aus können nun die übrigen Zahn- und Höhlungsmittel

bede des Rades auf dessen Theilkreise DCE eingetheilt und Radien nach ihnen gezogen werden. Ferner trage man aus C ebenfalls die halbe Dicke eines Zahnes auf den Theilkreis des kleinen Rades HCF nach a′, ziehe dessen Mittel aus A, und theile von a′ aus die übrigen Mittel der Zähne und Höhlungen b′c′e′f′ des kleinen Rades auf dessen Theilkreis HCF.

Um die Abrundungscurve eines Zahnes des großen Rades zu erhalten, wälze man einen Kreis, dessen Diameter gleich ist dem Radius des Theilkreises FCH des kleinen Rades auf dem Theilkreise des Rades DCE, und construire von C, als ursprünglich erzeugendem Punkte, eine Hypocycloide Ch, bis sie den Radius Ba in h schneidet; dieses Stück Ch auch auf die andere Seite des Radius Ba, so wie auf die übrigen Radzahnmittel b c u. s. f. auf die bekannte Weise übergetragen, bestimmt die Abrundung und Länge der Zähne des großen, so wie die Tiefe der Höhlungen und Länge der Flanken des kleinen Rades. Man beschreibt nämlich aus B durch h einen Kreis, welcher die Linie BC in o und den Kreis, mit welchem die Abrundungscurve Ch erzeugt wurde, in m und n schneidet, setzt den Zirkel in A ein, öffnet ihn bis o, und zieht einen Kreis, welcher die Tiefe der Höhlungen des kleinen Rades durch Durchschneidung der Höhlungsmittel b′d′ u. s. f. bezeichnet; eben so beschreibt man aus A durch mn einen Kreis, der die bereits gezogenen Flankenradien schneidet, und sohin die Länge der Flanken in den zwischen diesen und dem Theilkreise liegenden Flankenradienstücken bezeichnet.

Die Höhlungen des kleinen Rades erhält man: Man denkt sich einen Zahn bewegt, so daß seine Spitze in o liegt, und construirt auf nämliche Weise, wie Blatt II.

Fig. 5., nun von o, als ursprünglich erzeugenden Punkt, eine verlängerte Hypocycloide, für welche der Theilkreis HCF Grundkreis, der Theilkreis des großen Rades DCE wälzender, und der, welcher die ganze Zahnlänge der Radzähne bezeichnet, erzeugender Kreis ist, bis sie mit einer der nächsten Flanke an dem Punkte sich vereinigt, wo der aus A durch mn beschriebene Kreis dieselbe geschnitten hat. Da sich nun aber hier keine Höhlung, sondern ein Zahn befindet, so trägt man die erhaltene Curve an ihre gehörigen Stellen, nämlich auf die Höhlungsmittel b′d′ u. s. f. zu beiden Seiten, wie bekannt, über.

Bei dieser Zusammensetzung von Rädern können nicht an beiden Höhlungen Flanken und Abrundungen angebracht werden, sondern es hat immer ein Rad Abrundungen und das andere Höhlungen und Flanken; doch bringt man gewöhnlich an das große Rad die Abrundungen und an das kleine die Höhlungen und Flanken an.

Die Construction dieser Räder ist sohin vollendet, indem man die Zwischenräume der Zähne des großen, so wie die Zähne des kleinen Rades, statt der Höhlungen und Abrundungen, mit Bogenstücken der ihnen angehörigen Theilkreise begränzt.

Daß wirklich an beiden Rädern nicht Höhlungen, Flanken und Abrundungen der Zähne statt finden können, hierüber kann man sich sogleich den Beweis verschaffen; verzeichnet man nämlich nach der bekannten Regel auch die Abrundungen der Zähne des kleinen, so wie die Höhlungen des großen Rades, so findet man, daß die Höhlungen des großen viel kleiner, als die Zähne des kleinen Rades ausfallen, und sich daher diese nicht in jenen einlogiren könnten.

§. 25.

Construction eines verzahnten Rades, dessen Zähne sich innerhalb der Peripherie des Theilkreises befinden, und in eine mit cylindrischen Triebstöcken versehene Laterne eingreifen.

Blatt IV. Fig. 2.

Man ziehe die Linie B C und beschreibe den Theilkreis des Rades D C E aus B, so wie den der Laterne H C F aus A, so daß sich beide in C berühren, und theile von C, als einem Triebstockmittel, die übrigen d′ e′ f′ u. s. w. auf den Theilkreis der Laterne ein, nehme den vierten Theil einer Theilung, und beschreibe aus dem Punkte C′ d′ e′ f′ u. s. f. die Peripherie derselben. Ferner nehme man eine ganze Theilung und trage sie von C, als einem Höhlungsmittel des Rades, auf dessen Theilkreis D C E nach e g u. s. w., und beschreibe aus diesen Punkten mit dem vierten Theile einer Theilung als Radius Halbkreise, welche die Höhlungen des Rades sind. Um die Abrundung der Radzähne zu erhalten, halbire man zuerst die Höhlungsmittel, und ziehe Radien nach den Halbirungspunkten d f h u. s. w. als Zahnmittel, und verzeichne von C, als ursprünglich erzeugendem Punkte, eine Hypocycloide C m, indem man den Theilkreis H C F der Laterne auf dem des Rades D C E wälzt. Mit dieser Hypocycloide ziehe man in der parallelen Entfernung des vierten Theils einer Theilung eine Curve, bis sie den Radius d bei h′ schneidet. Diese Curve, vom Theilkreise angefangen bis zu h′, ist die Hälfte der Abrundung der Radzähne, und kann nun auch auf die übrigen übergetragen werden. Da aber die Zähne dieser Räder in den meisten Fällen sehr

spitzig ausfallen, und dadurch nicht nur an ihrer Haltbarkeit verlieren, sondern auch übermäßig tief in die Laterne eingreifen würden, so stumpft man sie sogleich ab, welches Abstumpfen nach der gegebenen Regel geschieht.

§. 26.

Construction einer verzahnten Stange (Zahnstock) und eines in sie greifenden cylindrischen Rades.

Blatt IV. Fig. 3.

Ist der Theilkreis-Radius des in die Stange greifenden Rades durch die Anzahl der Theilungen und ihrer angenommenen Größe bestimmt, so beschreibe man, wenn z. B. A C dieser Radius ist, den Theilkreis des Rades F C H aus A, ziehe einen Radius A C aus A, und setze perpendiculär auf diesen durch den Punkt C die Theilungslinie der Stange D C E; den Theilkreis F C H theile man in diejenige Anzahl Theile, welche der der angenommenen Zähneanzahl entspricht, trage den vierten Theil eines solchen Theiles von C auf die Theilungslinie D C E nach a, errichte aus a', als einem Zahnmittel der Stange, einen Perpendikel auf DCE, und trage von a' aus so viele Theilungen c e' u. s. f. auf D C E, als man Zähne nöthig hat, halbire die Theilungen, und errichte Perpendikel auf D C E aus den Punkten c' e u. s. f., als Zahnmittel, so wie aus den Punkten b' d u. s. w., als Höhlungsmittel; ferner trage man den vierten Theil einer ganzen Theilung von C auf den Theilkreis F C H nach a, theile von a, als erstem Zahnmittel, die übrigen c e g u. s. w. auf den Theilkreis des Rades F C H ein, halbire diese Theilungen, und ziehe Radien von A durch die Halbirungspunkte b d f u. s. f. als Höhlungs-, so wie durch die Theilungspunkte a c e als Zahnmittel. Von den Theilungspunkten a c e u. s. f. trage

man zur linken und rechten Seite den vierten Theil einer Theilung auf den Theilkreis F C H, und ziehe die Flankenradien nach A.

Die Zähneabrundung der Stange wird erhalten: Man wälze einen Kreis, dessen Diameter gleich ist dem Radius des Theilkreises F C H auf der Theilungslinie D C E, und verzeichne eine gemeine Epicycloide von C als ursprünglichen Erzeugungspunkt, bis sie das Zahnmittel a′ in h′ schneidet; durch h′ zieht man eine parallele mit D C E, welche die Länge aller Zähne der Stange bestimmt, und trägt nun die Curve C h auf ihre gehörigen Stellen zur linken und rechten Seite über. Die mit D C E durch h′ gezogene Parallele schneidet den Kreis, welcher die Curve C h′ erzeugt, und dessen Mittelpunkt K ist, in m und n; man nimmt nun A m oder n als Radius, und beschreibt aus A einen Kreis, welcher die Länge der Flanken bestimmt. Die Tiefe der Höhlungen des Rades erhält man, indem man sich den Zahn a′ zurückbewegt denkt, bis seine Spitze h′ im Punkte o liegt; man nimmt nun A o als Radius, und beschreibt aus A einen Kreis, welcher nun die Tiefe der Höhlungen in den Durchschnitten der Höhlungsmittel b d f u. s. f. bezeichnet.

Die Abrundung eines Zahnes des Rades wird erhalten: Man verzeichne auf die bekannte Weise von C, als Entstehungspunkt, eine Evolvente, deren Evolute der Theilkreis des Rades F C H ist, bis sie den Zahnmittelradius a in h schneidet; durch h beschreibe man aus A einen Kreis, welcher die Länge aller Radzähne bestimmt, und trägt die Evolvente C H auf alle Zahnmittel zur linken und rechten Seite über. Flanken finden bei den Zähnen der Stange nicht statt, sondern es vereinigen sich die Höhlungen mit den Abrundungen an der Theilungslinie D C E;

diese Höhlungen werden bestimmt: Man wälze den Kreis F C H als wälzenden in concentrischer Verbindung dessen, mit dem Radius A h als erzeugenden auf der Theilungslinie D C E, und construire von dem Punkte o′ eine verlängerte gemeine Cycloide, bis sie mit dem nächsten Zahnmittel am Punkte p′ sich vereinigt. Die Curve o′ p′ trägt man nun auf die Höhlungsmittel zur linken und rechten Seite über.

Die Höhlungen für das Rad werden erhalten, indem man von o aus eine verlängerte Evolvente, deren Evolute der Theilkreis F C H und die Länge des auf die Tangente zu errichtenden Perpendikels C o ist construirt, bis sie mit dem nächsten Höhlungsmittel bei p′, da wo der Kreis mit dem Radius A n dieses schneidet, zusammentrifft, welche Curve nun die halbe Höhlung ist, und an ihre zugehörigen Stellen übergetragen wird.

§. 27.

Construction eines Zahnstockes im Eingriffe mit einer mit cylindrischen Triebstöcken versehenen Laterne.

Blatt IV. Fig. 4.

Man ziehe die Theilungslinie D C E, und errichte aus einem Punkte C auf sie einen Perpendikel C A; mit dem Radius des Theilkreises des Rades beschreibe man aus A den Theilkreis F C H so, daß er die Theilungslinie D C E in C berührt; von C, als einem Triebstocksmittel, theile man die übrigen d e f auf dem Theilkreise F C H ein, und beschreibe mit dem vierten Theile einer ganzen Theilung, als Radius aus dem Punkte C, d e f u. s. f. die Peripherien der Triebstöcke; von C, als einem Höhlungs-

lungs-Mittel theile man auch die übrigen e′ g′ i′ auf der Theilungs-Linie D C E ein, und beschreibe mit dem vierten Theile einer ganzen Theilung Halbkreise innerhalb der Theilungs-Linie, welches die Höhlungen der Triebstöcke sind. Zu bemerken ist, daß die Radien für diese Halbkreise in der practischen Ausführung etwas stärker genommen werden müssen, damit ein kleiner Spielraum zwischen Höhlungen und Triebstöcken zum leichtern Auswinden dieser bleibt. Ferner halbire man die Entfernungen der Höhlungen C, e′, g′ u. s. f. und fälle von den Punkten d′ f′ h′ Perpendikel als Zahnmittel auf die Theilungs-Linie D C E. Die Abrundung der Zähne bekömmt man, indem man den Theilkreis F C H als erzeugenden auf D C E wälzt und eine gemeine Cycloide C m von C an verzeichnet; diese Cycloide ist jedoch noch nicht die Abrundung eines Zahnes, sondern dieselbe wird erst erhalten, indem man in der Entfernung eines Triebstocks-Radius mehrere Bögen 1, 2, 3 beschreibt, deren Mittelpunkte sich alle auf C m befinden, und nun eine Curve mit Erster parallel zieht, bis sie das nächste Zahnmittel d′ in h schneidet. Durch h zieht man eine parallele Linie mit D C E, welche die Länge aller Zähne der Stange bezeichnet, und trägt nun die Abrundungs-Curve auf die Zahnmittel zu beiden Seiten. Sowohl bei dieser, als bei der vorhergehenden Construction können die Höhlungen hinweggelassen und die Zähne abgestumpft werden; jedoch ist es besser, wenn dieses nur wenig, ja dort, wo sehr große Genauigkeit erfordert wird, gar nicht geschieht.

Bei der Construction Blatt IV. Fig. 3. können sowohl an dem Rade, als der Stange die Zähne abgestumpft wie q und r und c, e und die Höhlungen entweder nur zum Theil wie in der Stange bei d′ und f′ und im Rade bei q′ und r′ gemacht oder auch wie bei f′ und D gänzlich

hinweggelassen werden. Im letzten Falle erhalten dann die Zähne der Stange geradlinige, auf der Theilungs-Linie D C E perpendiculär stehende Flanken, wie bei D. Der Grund der Schrift wird in beiden Fällen bei der Stange durch Stücke einer geraden mit D C E parallelen Linie, wie bei den Höhlungen d′ und f′, bei dem Rade aber durch Bogenstücke eines aus A beschriebenen Kreises begränzt.

Die stärkste Abstumpfung der Zähne und kleinste Tiefe ihrer Zwischenräume, welche nicht überschritten werden darf, wird erhalten: Man nehme den 4ten Theil einer Theilung als Radius und beschreibe Taf. V. Fig. 1. aus C einen Kreis, welcher den Radius A C in o und o′ schneidet; man nehme nun A o′ und A o als Radien und beschreibe aus A zwei Kreise, von denen der erste die Länge der Zähne des Rades, der zweite aber die Tiefe ihrer Zwischenräume bestimmt. Ebenso ziehe man durch o und o′ parallele mit D C E, von denen die durch o gezogene die Länge der Zähne, und die durch o′ die Tiefe ihrer Zwischenräume bezeichnet.

IV.

Construction der Daumen, welche bei Stampf-, Poch-, Hammer-Werken und andern angewendet werden.

---

§. 28.

Die Cycloiden und Evolventen finden, wie bereits bei ihrer Construction erwähnt wurde, nicht nur bei verzahnten Rädern ihre Anwendung, sondern es müssen auch alle jene Maschinen-Theile, welche einander eine drehende oder fortschreitende Bewegung mittheilen, nach denselben geformt seyn. Unter diesen sind die Hebe-Köpfe, Däumlinge, Hebedaumen, Wellfüße, Kämme oder Daumen glatt weg genannt, welche bei Hammer-, Poch- und Stampf-Werken angewendet werden, die am meisten vorkommenden. Diese Hebe-Köpfe, Daumen rc. sind Hebel oder Zapfen, welche an einem Cylinder (Welle), über dessen Oberfläche hervorragend, befestiget sind, und gleich den Zähnen des Rades bei verzahnten Stangen, sobald der Welle eine umdrehende Bewegung mitgetheilt wird, Maschinen-Theile, welche so gegen sie hin angelegt werden, daß sie sich nach irgend einer Richtung bewegen können, empor heben oder fortschieben.

Wir wollen zunächst die Construction der Daumen eines Stampf-Werkes vornehmen, da diese im Maschinen-Baue sehr häufig vorkommen.

Die Einrichtung eines Stampf-Werkes ist im Allgemeinen folgende: An einer Welle A Blatt V. Fig. 2. befinden sich mehrere der erwähnten Daumen a, b, c, d, welche, indem sie unter die sogenannte Hebe-Latte L greifen, den Stämpfer (Schießen) M, der sich zwischen den vier Leit-Latten (Leitungen) e, f, g, h nur nach einer senkrechten Richtung bewegen kann, auf eine, der Länge der Daumen entsprechende Höhe (Hub) CB empor heben; sobald der Stämpfer M den höchsten Punkt des Hubes erreicht hat, verlassen die Daumen in B die Hebe-Latte L, und der Stämpfer fällt vermittelst seines eigenen Gewichtes in die sogenannte Grube oder Mörser N, und bearbeitet hiedurch, da dieses immer wiederholt wird, die in die Grube gebrachten Gegenstände. Gleich wie bei den Verzahnungen, ist auch, bevor noch zur Construction der Daumen geschritten werden kann, die Größe des Theilkreises C D E, auf welchem dieselben eingetheilt werden, zu wissen nöthig. Die Größe der Peripherie des Theilkreises richtet sich aber nach der des Hubes C B, und nach der Anzahl der Daumen a, b, c, d, und wird erhalten, indem man den Hub C B in Schuhen ausgedrückt mit der Daumen-Anzahl multiplicirt; z. B. der Hub CB betrage 2 Schuhe, und die Daumen-Anzahl sey 4, so ist $4 \times 2 = 8$ Schuhe die Größe der Peripherie C D E, und deren Radius (nach §. 19) 1 Schuh, 3 Zoll, 3 Linien und $2\frac{1}{2}$ Punkt.

Da nun aber der Stämpfer, sobald er die Höhe von B erreicht hat, wieder in die Grube N herabfällt, so würde derselbe mit der Hebe-Latte L auf den nächstfolgenden Daumen auffallen, und dadurch nicht nur zerstörend auf den Mechanismus der Maschine wirken, sondern auch die in der Grube N befindlichen, zu bearbeitenden Gegenstände nicht erreichen. Um dieses zu verhindern, addire

man ungefähr den zwölften Theil des Hubes CB zu dem bereits aufgefundenen Radius, und nehme das Product als Radius des Theilkreises.

Nach dem zu 2 Schuhen angenommenen Hub wären zwei Zoll dessen zwölfter Theil, und wir haben nun 2″+1′, 3″, 3‴ und $2^1/_2$⁗ = 1′, 5″, 3‴ und 3⁗ für den Radius AC des Theilkreises CDE.

Wir können nun mit der Construction beginnen. Zu diesem Behufe ziehe man eine wagrechte CA, errichte aus einem in ihr befindlichen Punkte C einen Perpendikel CB, dessen Länge man, von C angefangen, gleich der Hub-Höhe macht und trage den Radius CA des Theilkreises CDE von C nach A. Aus A als Mittelpunkt des Theilkreises beschreibe man dessen Peripherie CDE, so wie mit AB als Radius einen Kreis FBH, welch' Letzterer die Länge der Daumen bestimmt.

Um die Abrundung eines Daumens zu erhalten, verzeichne man nach §. 9, von C angefangen, eine Evolvente CF, deren Evolute der Theilkreis CDE ist, bis sie den Kreis FBH in F schneidet; von F ziehe man einen Radius nach A, und denke sich nun diesen Radius FA mit der Curve CF bewegt, bis sich der Anfangs-Punkt C der Curve in C′, und ihr End-Punkt F in B befindet. Ein in dieser Lage durch die Curve BC begränzter Daumen a wird den Stämpfer M auf den höchsten Punkt B des Hubes erhoben haben; damit aber auch der Stämpfer in dem nämlichen Augenblicke, als er diese Höhe erreicht hat, sogleich wieder in die Grube N zurück fällt, ohne daß es nöthig ist, die Daumen in eine scharfe Spitze, welche, wenn selbe in Holz ausgeführt werden, leicht aussplittern, endigen zu müssen, begränze man dieselben nicht nach dem Radius AB, sondern man trage auf die Linie BC von B

nach m, ungefähr 2—3 Zolle, ziehe von m nach A einen Radius mA und begränze die Daumen nun nach diesem und nach B m; von C angefangen, begränzt man die Daumen durch ein willkürliches Bogenstück C′ n und durch ein Stück eines Radius n A. Von C aus theilt man die übrigen Daumen c, b, a auf dem Theilkreise C D E gleich ein, und verzeichnet sie in der nämlichen Gestalt und Größe, wie d.

Für die practische Ausführung kann man sich die Curve CF auf eine höchst einfache Weise verschaffen; nämlich: Auf eine Reißtafel oder Boden ziehe man eine gerade Linie CA, beschreibe aus einem Punkte A mit dem Radius A C des Theilkreises, dessen Peripherie C D E und errichte aus C auf C A einen Perpendikel, dessen Länge C B man gleich der Höhe des Hubes macht. Auf der Peripherie des Theilkreises C D E schlage man mehrere Nägel C 1, 2, 3 u. s. w. so nahe an einander ein, daß die zwischen den Nägeln befindlichen Bogen-Stücke des Kreises D E als gerade betrachtet werden können, knüpfe an den in C eingeschlagenen Nagel einen Faden, welchen man in der Richtung von CB anspannt, und befestige an den Faden einen farbigen Stift, so daß dessen Spitze auf B trifft. Führt man nun diesen Stift mit beständig gleicher Anspannung des Fadens von B bis zu C, so wird hiedurch die Curve B C′ beschrieben. Man kann sich auf diese Art von einem dünn gehobelten Brettchen eine Lehre des ganzen Daumens verfertigen, nach welcher die übrigen ausgearbeitet werden können.

Die Daumen für die übrigen Stämpfer theilt man auf der Oberfläche der Welle so ein, daß nicht immer alle Stämpfer auf einmal gehoben werden, sondern daß sich

nur immer eine bestimmte Zahl derselben im Hube befindet und das Heben in gleichen Zwischenräumen vollbracht wird.

§. 29.

Construction von Daumen, wenn nebst der Hub-Höhe auch noch der Theilkreis und die Größe einer Theilung festgesetzt ist.

Blatt VI. Fig. 1.

Die im vorigen § beschriebene Construction der Daumen findet überall da ihre Anwendung, wo irgend ein Gegenstand in gerader Richtung erhoben oder verschoben wird, und wobei außer der Daumen-Anzahl und Hub-Höhe weiter nichts bedingt ist. Es trifft sich aber oft, daß nebst diesen auch noch der Theilkreis, auf welchen sie eingetheilt werden müssen, und die Größe einer Theilung schon gegeben ist. In solch' einem Falle können die Daumen nur dann nach der Evolvente des Theilkreises abgerundet werden, wenn ein zwischen zwei Theilungen befindliches Bogenstück des Theilkreises seiner Länge nach gleich ist der ganzen Hub-Höhe; ist aber diese Länge größer oder kleiner als die Hub-Höhe, so ist auch die Abrundungs-Curve eine andere, und wird nur auf nachfolgende Weise erhalten.

Gesetzt, es sey C B Blatt VI. Fig. 1. die Höhe des Hubes, und A C der Radius des Theilkreises, auf welchem die Daumen für zwei Stämpfer so eingetheilt werden sollen, daß bei jedem Umgange der Welle ein Stämpfer zweimal, jedoch so gehoben wird, daß, sobald Einer den höchsten Punkt des Hubes erreicht hat, der Andere sich im niedrigsten befindet.

Es ist uns vor Allem die Anzahl der Daumen, welche

zur Erfüllung der vorgeschriebenen Bedingungen erforderlich sind, zu wissen nöthig. Die Daumen-Anzahl wird aber erhalten, indem man die Anzahl der Hube eines Stämpfers während eines Umganges der Welle multiplicirt mit der Stämpfer-Anzahl. Es ist sonach $2 \times 2 = 4$ Daumen für beide Stämpfer.

Man ziehe nun eine horizontale C A, errichte aus einem Punkte C einen Perpendikel, dessen Länge C B man gleich der Höhe des Hubes macht; trage ferner auf C A von C den Radius des Theilkreises C A auf, und beschreibe aus A als Mittelpunkt durch C den Theilkreis C D E und durch B den die Länge der Daumen bestimmenden Kreis F B.

Von C angefangen theile man den Theilkreis C D E in die den Daumen entsprechende Anzahl gleicher Theile, hier in 4, C D E G, und das zwischen C und G liegende Bogenstück des Theilkreises ebenfalls in eine beliebige Anzahl gleicher Theile I, II, III, IV, G.

In die nämliche Anzahl gleicher Theile, wie C, G, theile man auch die ganze Hub-Höhe C, B und ziehe von A aus Linien nach 1, 2, 3, 4, B, welche den Theilkreis C D E in den Punkten a b c d e schneiden. Man nehme nun die Sehne C a und trage sie auf den Theilkreis von I nach a′, ziehe aus A durch a′ einen Radius einstweilen unbestimmt über den Theilkreis hinaus, und durchschneide ihn mit einem aus A durch 1 beschriebenen Kreise.

Im Durchschnitte dieses Kreises und des Radius A a′ befindet sich ein Punkt, welcher in der Curve, nach der die Daumen abgerundet werden müssen, liegt, und ihr angehört. Man nehme ferner die Sehne C, b, trage sie von II nach b′, C c, von III nach c′, C d von IV nach d′, und C e, von G nach e′, ziehe Radien von A durch

b′, c′, d′, e′ und durchschneide A b′ mit einem aus A durch 2, A c′ durch 3, A d′ durch 4 und A e′ mit einem durch B aus A beschriebenen Kreise, so liegen in den Durchschnitten der Radien und dieser Kreise Punkte der Abrundungs-Curve, welche von C aus mit freier Hand, oder vermittelst eines Schwungs-Lineals vereiniget werden können.

§. 30.

Man wird aus vorliegender Zeichnung ersehen, daß die Daumen nach der eben so beschriebenen Constructions-Art sich nicht wohl für Stampf-Werke eignen, indem dieselben einen zu starken Seiten-Druck auf die Hebe-Latte ausüben würden; diesem kann jedoch dadurch abgeholfen werden, daß man den ersten Angriffs-Punkt C nicht da, wo der horizontale Radius A C die Peripherie des Theilkreises C D E in C trifft, sondern oberhalb C, auf das zwischen C D liegende Bogenstück des Theilkreises wie in Fig. 2 hinlegt.

Die Verfahrungs-Weise bei der Construction ist sowohl in diesem, als auch in Fällen, wo Gegenstände nicht mehr vertical, sondern nach irgend einer andern Richtung hin erhoben oder verschoben werden müssen, ganz so, wie bei Fig. 1, was auch aus der Zeichnung ersehen werden wird.

§. 31.

Einfacher noch wird die Construction, wenn der erste Angriffs-Punkt C wie in Fig. 3 dahin trifft, wo ein aus A auf A F errichteter Perpendikel den Theilkreis D C G E trifft, indem man dann nur nöthig hat, die Hub-Höhe C B in mehrere gleiche Theile, 1, 2, 3, d, B und C G

in die nämliche Anzahl gleiche Theile I, II, III, IV, G zu theilen, durch diese Radien nach A zu ziehen, und aus A Kreise durch 1, 2, 3, 4, B zu beschreiben. Wo die Radien von mit entsprechenden Zahlen bezeichneten Kreisen geschnitten werden, sind Punkte der Curve, welche man nun vereinigen kann.

§. 32.

Construction eines Daumens, vermittelst welchem eine Last auf eine bestimmte Höhe erhoben, auf dem Daumen aber nach entgegengesetzter Richtung wieder herabsinken kann.

Blatt VI. Fig. 4.

Nehmen wir an, A C sey der Radius des Theilkreises, C E die Theilung für den Daumen, und C B die Höhe des Hubes, so theile man C E in zwei gleiche Theile, und nehme C G für den Theil des Daumens, welcher die Last erheben, und G E für den, auf welchen sie herabsinken soll.

Bei der Construction der Curve C F, nach welcher der die Last zu erhebende Theil des Daumens abgerundet wird, verfährt man, wie aus der Zeichnung zu ersehen ist, ganz wie bei Fig. 2.

Auf gleiche Weise erhält man auch die Curve F E, nach welcher der Theil des Daumens begränzt wird, auf dem die Last wieder vom höchsten bis zum niedrigsten Punkt herabgleitet; man theilt nämlich den Bogen G E in die nämliche Anzahl gleicher Theile I′, II′, III′, IV′, G, als man B C getheilt hat, nimmt die Sehne C a und trägt sie von I′ nach a″, zieht durch a″ einen Radius, auf

welchem ein Punkt der Abrundungs-Curve da liegt, wo ihn ein durch 1 beschriebener Kreis schneidet.

Man trägt ferner C b von II′ nach b″, C, c, von III′ nach c″, C, d, von IV′ nach d″, zieht Radien von A durch b′, c′, d′, e′ und durchschneidet den Radius b″ mit einem aus A durch 2, c″ mit einem durch 3, d″ mit einem durch 4gezogenen Kreise, wo dann wieder in den Durchschnitten Punkte sind, welche, wenn sie vereinigt werden, die Curve F E geben.

§. 33.

Construction der excentrischen, herzförmigen Platte.

Blatt VI. Fig. 5.

Diese excentrisch herzförmige Platte oder Scheibe ist nichts anderes, als ein Daumen, welcher eine Last während eines Umganges einer Welle bis zu einer bestimmten Hub-Höhe einmal erhebt oder fortschiebt, und wieder gleichförmig herab- oder zurückgleiten läßt. Sie unterscheidet sich von dem in §. 32 beschriebenen Daumen nur dadurch; daß hier die Abrundungs-Curven sowohl für den Theil, welcher die Last hebt, als für den andern, auf welchen sie sinkt, ganz gleich sind, indem während bei Ersterer nur ein Stück der Peripherie als Theilung festgesetzt, bei dieser aber die ganze Peripherie als solche gegeben ist. Um die herzförmige Platte zu construiren, verfährt man auf folgende Weise:

Man ziehe in der Richtung, nach welcher eine Last erhoben oder verschoben werden soll, Fig. 5 eine gerade Linie auf, welche man auf die Hub-Höhe C B aufträgt;

die Entfernung von C B theile man in eine beliebige Anzahl gleicher Theile 1, 2, 3, 4, 5, B (in je mehr desto besser), und beschreibe aus einem auf der verlängerten C B liegenden befindlichen Punkte A durch alle aufgetragenen Theilungspunkte-Kreise. Hinsichtlich der Entfernung des Mittelpunktes A von C ist zu bemerken, daß diese, so viel es die Umstände erlauben, möglichst groß genommen werden soll, indem dann der Winkel, welchen die beiden Curven bei C bilden, stumpfer wird, welches für die practische Anwendung geeigneter ist. Jede Hälfte des durch B beschriebenen Kreises theile man, von B angefangen, in so viele Theile I, II, III — VI, als man C B getheilt hat, und ziehe Radien von A nach den Punkten I, II, III — VI. Wo nun diese Radien die durch mit gleichen Zahlen bezeichneten Punkte 1, 2, 3, B beschriebenen Kreise schneiden, sind Punkte, die, wenn sie vereiniget werden, die Curven, welche die herzförmige Platte bekränzen, bilden.

§. 34.

Construction einer excentrischen Scheibe, vermittelst welcher eine Last während eines Umganges mehrere Male auf verschiedenen Höhen erhoben wird, und jedesmal auf der Scheibe wieder herabsinkt.

Blatt VI. Fig. 6.

Man ziehe Figur 7 eine gerade Linie C C′ und errichte auf diese doppelt so viele Perpendikel, als eine Last während eines Umganges der Welle gehoben werden soll. Nehmen wir an, die Last soll dreimal erhoben werden, so ha-

ben wir hier sechs Perpendikel C I II IV C. Auf diese Perpendikel trage man die verschiedenen Hub-Höhen in jenen Abständen von dem höchsten oder niedrigsten Punkte, in welchem die Last gehoben werden und sinken soll; z. B. es sey C der niedrigste Punkt, und die Last soll bis B gehoben werden, so trage man die Erhebungs-Höhe von C nach B, von B soll dieselbe herabsinken bis D, von D bis E wieder erheben, von E′ bis F sinken, von F′ bis zu G gehoben, und von G wieder bis zu C′ herabsinken.]

Die verschiedenen Höhen C B, B D, D E, E F, F G und G C′ theile man, wenn anders die Last gleichförmig gehoben werden soll, in eine beliebige Anzahl gleicher Theile, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, b — C′, hat man nicht auf Gleichförmigkeit Rücksicht zu nehmen, so können diese Theile auch ungleich groß seyn.

Man ziehe nun in der Richtung, nach welcher die Last erhoben oder verschoben werden soll, Fig. 6, eine gerade Linie CB, und trage auf dieselbe von einem, als dem niedrigst angenommenen Punkte C des Hubes die Theile 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, B von Fig. 7 auf.

In einer beliebigen Entfernung von C beschreibe man aus einem auf C B liegendem Punkte A durch B einen Kreis, theile dessen Peripherie von B angefangen in die nämliche Anzahl gleicher Theile I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, B′ — B, als man die verschiedenen Hub-Höhen in Fig. 7 getheilt hat, und ziehe Radien von den Theilungspunkten nach A, durch die Punkte 1, 2 3—8, beschreibe man aus A Kreis-Bogen bis zu den Radien I, II, III, B′ wo nun diese von den durch gleiche Zahlen beschriebenen Kreisen getroffen werden, sind Punkte, welche, wenn man sie vereiniget, die Abrundungs-Curve C B′ geben, nach welcher der Theil der Scheibe begränzt

wird, welcher die Last von C bis B gleichförmig erheben wird.

Auf den Radius A B′ trage man von B an gegen A hin die Theile 10, 11, D′, aus Fig. 7, beschreibe durch die aufgetragenen Punkte aus A Kreis-Bogen bis zu den Radien X, XI, D, so sind wieder in den Durchschnitten der mit gleichen Zahlen bezeichneten Radien und der Kreis-Bogen Punkte der Curve B′, D″, auf welcher die Last von B′ bis zu D herabsinkt. Von D″ trage man die Theile 13 E auf den Radius A C gegen D hin auf, beschreibe durch 13, und E aus A Kreise, bis sie die gleich bezeichneten Radien schneiden, wo dann Punkte der Curve D″ E″ sind, nach welcher die Scheibe begränzt, die Last von D nach E wieder erhebt.

Von E″ trage man die Theile 15, 16, 17 — F′ aus Fig. 7 auf den Radius E A gegen A hin auf, beschreibe durch dieselbe Kreis-Bogen aus A bis zu den gleich bezeichneten Radien, und vereinige die Durchschnitte derselben, so ist E″ F″ wieder die Begränzungs-Curve des Theiles der Scheibe, auf welchen die Last von E nach F herabsinkt.

Ferner trage man den Theil F G aus Fig. 7 in Fig. 6 von F″ nach G′, und ziehe die Curve F″ G″, von welcher die Last wieder von F nach G erhoben wird; von G trage man aus Fig. 7 die Theile 20 — G′ auf den Radius G A gegen A hin auf, beschreibe Kreis-Bogen durch selbe bis zu den Radien 20 — G′ und ziehe durch die Punkte, wo die gleichbezeichneten Radien und Kreise einander treffen, die Curve G″ C′ als Begränzung des Theiles der Scheibe, auf dem die Last von G nach C′ wieder sinkt; somit ist die Construction vollendet.

§. 35.

Construction von Daumen, vermittelst welcher umdrehende Bewegungen bewirkt werden bei willkürlicher Theilung.

Blatt VII. Fig. 1.

Die Abrundungs-Curven dieser Daumen sind, wenn keine Theilung festgesetzt ist, durchgehends Epicycloiden, deren Construction dieselbe ist, wie bei zwei verzahnten Rädern; z. B. es sey Blatt VII. Fig. 1. an einem Hebel D C, dessen Drehpunkt in B ist, eine Last (Hammer), welche durch Daumen, deren Theil-Kreis C, F, H ist, auf eine bestimmte Höhe erhoben werden soll, und man sucht die Gestalt eines Daumens, so verzeichne man, indem man den Kreis, dessen Diameter gleich C B ist, auf den Theilkreis C F H wälzt, vom ersten Berührungs-Punkte C an eine Epicycloide C, h, bis sie einen Kreis, welcher aus A durch jenen Punkt o beschrieben wurde, an welchem sich das Hebel-Ende C, wenn die Last den höchsten Punkt D erreicht hat, befindet, in h schneidet. Die Curve C, h ist die gesuchte Begränzung des Daumens.

§. 36.

Construction von Daumen, vermittelst welcher umdrehende Bewegungen bewirkt werden bei gegebener Theilung.

Blatt VII. Fig. 2.

Es sey Blatt VII. Fig. 2. an einem Hebel D C, dessen Bewegungs-Punkt in D ist, eine Last L so in einem Punkte M angehängt, daß selbe mit stets gleicher

Schwere auf den Endpunkt C des Hebels D wirkt; man suche die Abrundung eines Daumens, dessen Theil-Kreis Radius A C, und dessen Theilung für den Vordertheil C G, für den Hintertheil G F ist, durch welchen der Hebel D C, sammt der Last L so gehoben wird, und auf den Daumen wieder herabgleitet, daß in allen Lagen des Hebels die zur Bewegung desselben angewandte Kraft gleich bleibt.

Man verzeichne den Hebel D C in seiner höchsten Lage D B, nebst den Bogen C B, welchen der Punkt C bei der Bewegung beschreibet, ziehe die Sehne B C und theile sie in eine beliebige Anzahl gleicher Theile 1, 2, 3, 4—B; in die nämliche Anzahl gleicher Theile theile man auch jede der Theilungen C, G, und G E, I, II, III, IV G, und I′, II′, III′, IV′, ziehe durch die Punkte 1, 2, 3, 4, 5 horizontale bis zu den Bogen C B und aus A nach den Punkten a″, b″, c″, d″ B, wo die horizontalen den Bogen treffen, gleichfalls Linien, welche den Theil-Kreis in den Punkten a, b, c, d, e schneiden. Um die Abrundung C F für den vordern Theil des Daumens zu erhalten, nehme man wie bei Blatt VI. Fig. 2. die Weiten C a, C b, C c, C d, C e und C f, trage C a von I nach a′, C b von II nach b′, C c von III nach c′, C d von IV nach d′, C e von G nach e′, ziehe Radien aus A durch a′, b′, c′, d′ und e′, und durchschneide sie mit aus A durch a″, b″, c″, d″ B beschriebenen Kreisen, wo dann im Durchschnitte gleichbezeichneter Radien und Kreise Punkte der Abrundungs-Curve C F sind, welche man mit einander vereiniget. Den Hintertheil F E des Daumens bekömmt man, indem man wieder die Weiten C a, C b, C c, C d und C e nimmt, und C a von I′ nach a‴, C b von II″ nach b‴ C c

von

von III′ nach c‴; Cd von IV nach d‴ und Ce von G nach e‴ trägt, durch die Punkte a‴ b‴ c‴ d‴ Radien nach A zieht, aus A Kreise durch a″ b″ c″ d″ beschreibt, und die Punkte, an welchen sich gleichbezeichnete Radien und Kreise schneiden, mit einander vereiniget.

Damit die Last L durch den Hebel DC geradlinig bewegt wird, verbindet man mit diesem einen Kreisbogen MN, dessen Radius DM gleich der Distanz der Last vom Bewegungspunkte D des Hebels, und dessen Mittel im Bewegungspunkte D ist. In solch einem Falle darf dann nicht die Sehne BC, sondern der Bogen, welchen der Endpunkt C des Hebels beschreibt, in die Theile 1, 2, 3, B getheilt werden. Die Construction ist übrigens ganz wie bei Fig. 2.

Wäre die ganze Peripherie des Theilkreises als Theilung eines Daumens gegeben, welcher die Last L durch den Hebel DC erheben, und auf ihn wieder hinabsinken lassen solle, so entstünde wieder eine herzförmige Platte, Blatt VII. Fig. 3., welche auf gleiche Weise, wie Fig. 2., construirt wird, sich jedoch von der, Blatt VI. Fig. 5., dadurch unterscheidet, daß sie nicht symmetrisch wie jene ist, sondern zwei verschiedene Curven zur Begränzung hat, welches aus der Zeichnung, Blatt VII. Fig. 3., ersehen werden kann.

§. 37.

Construction eines cylindrischen Rades, durch welches eine an einem Hebel befindliche Last während eines Umganges des Rades ein oder mehrere Male erhoben wird, und wieder niedersinken kann.

Blatt VII. Fig. 4. u. 5.

An einem Hebel D C, Blatt VII. Fig. 4., dessen Drehpunkt in M ist, befindet sich eine Last L vertical herabhängend, welche vermittelst eines, an seiner untern Fläche mit Erhöhungen und Vertiefungen versehenen horizontalen Rades A C G bei dessen Bewegung bewegt wird; man soll die Curven, nach welchen die Erhöhungen und Vertiefungen auf der cylindrischen Oberfläche des Rades begränzt werden, bestimmen, so daß die zur Bewegung der Last L angewandte Kraft sich stets gleich bleibt.

Gesetzt, die Last L soll während eines Umganges des Rades A C G viermal bewegt werden, und zwar so, daß, wenn dieselbe den höchsten Punkt erreicht hat, das Hebelende C sich in F, und wenn sie im niedrigsten ist, sich in C befindet.

Man theile den äußern Umfang des Rades auf der Peripherie A′ C′ G′ B′ in eine Anzahl gleicher Theile C′ G′ B′ A′, welche der Anzahl der Bewegungen des Hebels während eines Radumganges entspricht; hier also in vier Theile. Einen dieser Theile C′ G′ theile man wieder in so viele gleiche Theile C′, 1, 2, 3, 4, 5, G′, daß jedes zwischen zwei Theilen befindliche Bogenstück als gerade betrachtet werden kann, entwickle dieses Bogenstück C′ G′, indem man alle die Theile C′, 1, 2, 3, 4, 5, G′ in Fig. 5. auf eine gerade Linie C G

aufträgt, und errichte aus den aufgetragenen Punkten Perpendikel auf CG, deren Länge man gleich F C, Fig. 4., macht; CF theile man in die Hälfte Theile, als man C′G′ getheilt hat, und ziehe aus den Theilungspunkten I, II, III Parallele mit C G; man nehme ferner aus Fig. 1. die Entfernung CM′, und trage sie in Fig. 2. von C nach M″, ziehe durch M″ eine Parallele mit CG, und trage auf diese von M″ aus Fig. 4. die Entfernung des Bewegungspunktes des Hebels M M′ auf; aus M als Mittelpunkt beschreibe man mit dem Radius CM einen Kreisbogen C c, welcher die durch I, II, III, mit C G parallel gezogenen Linien in den Punkten a, b, c schneidet; man trage nun I a von d nach a′, und von d′ nach a″, II b, von e nach b′ und von e′ nach b″, III c, von G nach F, vereinige die Punkte C a′ b′ F und F b″ a″ G, so ist CF die Abrundungscurve der Theile, welche das Hebelende C niederdrücken, und G F jener, auf welchem selbes wieder auf die Höhe steigt, auf einem Theile C G der ausgebreiteten cylindrischen Radoberfläche.

Um die Curven auch auf das Rad selbst zu verzeichnen, theile man die übrigen Theilungen C′A′B′G′, Fig. 4., in die nämliche Anzahl Theile, wie C′ G′, erhebe aus allen Theilungspunkten Perpendikel bis zu A C G, mache die Länge derselben von A C G gleich den mit gleichen Zahlen bezeichneten 1, 2, 3, 4, 5, G aus Fig. 5., und vereinige die Punkte m, n, o ꝛc. Bei der practischen Ausführung kann man sich die Curven C G vom Papier ausschneiden, dieses um die Radoberfläche wickeln, und die Curven nachzeichnen.

§. 38.

Construction eines Hebels, durch welchen eine Last vermittelst eines zweiten Hebels so erhoben werden kann, daß die zum Erheben nöthige Kraft in allen Lagen der Hebel gleich bleibt.

Es sey, Blatt VII. Fig. 6., D der Bewegungspunkt des Hebels MD, an dessen Ende M eine Last L angehängt ist, welche vertical abwärts wirkt. Durch einen zweiten Hebel CAK, dessen Bewegungspunkt in A ist, soll vermittelst einer, an seinem Endpunkte K wirkenden Kraft K der Hebel MD nebst der Last L erhoben werden, bis der Endpunkt M des Hebels MD sich in B befindet, und von da wieder bis zu M herabsinkt. Man soll die Gestalt des Hebels MD bestimmen, daß in allen seinen Lagen und der Last L gleiche Kraft am Ende K des Hebels CAK erfordert wird.

Man beschreibe mit dem Radius DM aus D einen Bogen von M bis B, ziehe die Sehne BM, und theile sie in eine beliebige Anzahl gleicher Theile 1, 2, 3, 4, B, ziehe durch die Theilungspunkte horizontale, bis sie den Bogen BM in a b c — d schneiden, und ziehe von a b — B Linien nach D; aus A beschreibe man mit AC, als Radius, einen Bogen C′ F C, theile ihn in eine doppelte Anzahl Theile, I, II, III, IV, F, IV′, III′, II′, I′, C, als man die Sehne BM getheilt hat, und beschreibe durch die Theilungspunkte I, II — C′ Bögen aus D, einerseits bis zu mit gleichbezeichneten aus a b c — B nach D gezogenen Linien, wodurch die Punkte A‴ B‴ C‴ D‴ F′ — D″ C″ B″ A″ entstehen, anderseits aber unbestimmt über DM hinaus, wo sie dann DM in den Punkten a″ b″ c″ d″ F″

und d′ e′ b′ a schneiden; man nehme nun die Länge des Bogens a″ A‴, und trage sie von I nach m′, b″ B‴, von II nach n′, c″ C‴, von III nach o′, d″ D‴, von IV nach p′, F‴ F′, von F nach F‴, d′ D″, von IV′ nach p′, c′ C″, von III′ nach c, b′ B″, von II′ nach n, und a′ A″, von I′ nach m, vereinige die Punkte C m n o p, F‴ p′ o′ n′ m′ C′ mit freier Hand, oder vermittelst eines Schwunglineals mit einander, wodurch man die Curven C′ F‴ C erhält, nach welchen der Hebel MD geformt seyn muß, wenn in allen Lagen beider Hebel die angewandte Kraft sich gleich bleiben soll.

Wäre am Ende M des Hebels MD, wie in Blatt VII. Fig. 2., ein Segment angebracht, damit eine Last geradlinig bewegt würde, so gilt auch hier, hinsichtlich der Construction, ganz das, was dort bemerkt wurde.

V.

Ueber conische Räder.

§. 39.

Construction von zwei conischen Rädern, welche bei ihrem Eingriffe einen stumpfen Winkel bilden.

Blatt VIII. Fig. 1. u. 2.

Die bereits angeführten Regeln über die Construction und Form der Verzahnungen sind hinreichend für alle jene Fälle, bei welchen sich die zu verzahnenden Flächen in einer Ebene befinden, wo die Achsen der Räder parallel sind; es ist aber auch häufig der Fall, daß Räder, welche sich nicht in einer Ebene bewegen, deren Achsen nicht parallel sind, sondern sich gehörig verlängert in einem Pnnkte schneiden, in der Anwendung größere Vortheile gewähren vor Ersterer, welches besonders da der Fall ist, wo eine Kraft nach verschiedenen Richtungen fortgepflanzt und auf mehrere Punkte übertragen werden muß. Diese Art Räder werden conische oder Winkelräder genannt, weil sie Abschnitte von Kegeln sind, und da sie perpendiculär an ihren zugehörigen Achsen sich befinden, bei ihrem Eingriffe einen Winkel, welcher gewöhnlich ein stumpfer oder rechter ist, bilden.

Bei der Construction conischer Räder sind, gleichwie bei den vorhergehenden, zuerst die Theilkreise und deren Diameter aus den Verhältnissen der Umdrehungen der Räder zu einander zu berechnen; auch muß der Winkel bestimmt seyn, den die beiden Achsen einschließen, welches Letztere aus der Richtung, nach welcher man eine Bewegung fortzupflanzen gedenkt, schon hervorgeht.

Nehmen wir an, dieser Winkel sey xy, so betrachte man A als den Scheitel desselben, und ziehe den Schenkel AB als Achse des großen, und den AG als Achse des kleinen Rades. In der Entfernung des Theilkreisradius $A'C'''$ des großen Rades ziehe man eine gerade Linie parallel mit AB, welche eine andere, in paralleler Entfernung des Radius $A''\overset{+}{C}$ des kleinen Radtheilkreises von AG gezogene in einem Punkte C schneidet.

Aus C, als dem gemeinschaftlichen Eingriffspunkte beider Räder, fälle man auf die Achse AB einen Perpendikel QPC, und auf AG einen CFH, nehme QPC, als Theilkreisradius des großen Rades, und beschreibe aus A' dessen einen Quadranten $C'''P'''Q'''$; eben so nehme man CF, als Radius des kleinen Radtheilkreises, und beschreibe aus einem, auf AG befindlichen Punkte A'' dessen halbe Peripherie $F'''H'''$; nun theile man den Quadranten $Q'''P'''C'''$ — von Q''' aus, als einem Zahnmittel, so wie den Halbkreis $\overset{+}{C}F'''H'''$ von $\overset{+}{C}$, als einem Zahnzwischenraummittel, in die ihnen nach dem Verhältnisse ihrer Umdrehungen bestimmten Theilungen Q''' b d u. s. f. als Zahnmittel des großen Rades, so wie $\overset{+}{C}$ a' b' d' u. s. f. als Zahnzwischenraummittel des kleinen Rades *).

---

*) Im vorliegenden Falle mußte $\overset{+}{C}$ deßwegen als ein Zwischenraum-

Man halbire die Theilungen $b' d' f' h'$, und steche den vierten Theil einer Theilung als halbe Zahndicke*) von den Halbirungspunkten $c' e' g'$ u. s. w. auf den Theilkreis $\overset{+}{C}$ $F''' H'''$ zu beiden Seiten, und ziehe von diesen, so wie von $c' e' g'$ Radien nach A'', von den auf den Theilkreis $Q''' P''' C'''$ befindlichen Theilen Q''' b d u. s. f. steche man ebenfalls den vierten Theil einer Theilung zu beiden Seiten, und ziehe durch die Punkte, so wie durch a b c u. s. f. Radien nach A'. Hiermit ist die Eintheilung der Zähne beider Räder vollendet, und man kann nun zur Verzeichnung der Abrundungscurven derselben schreiten. Diese Verzeichnung kann, wenn gleich für conische Räder im Allgemeinen das nämliche Gesetz gilt, wie für die, welche sich in einer Ebene bewegen, doch nicht unmittelbar sogleich aus der Wälzung jener Kreise, von denen der Diameter des einen gleich ist, dem Radius eines Theilkreises als erzeugenden, auf dem andern Theilkreise als Grundkreis abgenommen werden, indem sich die beiden Kreise nicht mehr in ein und derselben Ebene bewegen, und daher auch ein erzeugender Punkt des erzeugenden Kreises keine Curve von einfacher, sondern eine von doppelter Krümmung (eine sphärische Epicycloide) beschreiben würde, deren Construction aber, besonders in der practischen Anwendung, sehr umständlich ist. Um dieses Umständliche zu umgehen, und die Begränzungscurven der Zähne conischer Räder auf eine leichte, und für die in practischer Anwendung sehr

---

mittel genommen werden, da C''' ein Zahnmittel ist; hätte man $\overset{+}{C}$ ebenfalls als ein Zahnmittel angenommen, so würden zwei Zähne auf einander treffen.

*) Bei der practischen Ausführung nehme man, damit die Zwischenräume etwas größer werden, nicht ganz den vierten Theil.

einfache und hinreichende Genauigkeit darbietende Art zu erhalten, verfährt man auf nachfolgende Weise:

Man verlängere die verticale Ansicht des kleinen Radtheilkreises CFH, bis die Achse AB des großen Rades in B geschnitten wird, nehme BC als Radius, und beschreibe aus B'' die Peripherie eines Kreises $\overset{+}{C}D'E'$ so, daß sie die des kleinen Radtheilkreises $\overset{+}{C}F'''H'''$ im Punkte $\overset{+}{C}$ berührt. Die beiden Kreise $\overset{+}{C}D'E'$ und $\overset{+}{C}F'''H'''$ befinden sich nun in ein und derselben Ebene, und man verfährt jetzt bei der Construction der Höhlungen, Flanken und Abrundungen der Zähne wie bei cylindrischen Rädern; da aber die Höhlungen bei conischen Rädern gewöhnlich gänzlich hinweggelassen werden, so wollen wir uns mit denselben hier gar nicht, sondern nur mit den Abrundungen und Flanken befassen. Die Abrundung eines Zahnes des kleinen Rades wird erhalten: Man trage den vierten Theil einer ganzen Theilung von $\overset{+}{C}$ auf den Theilkreis $\overset{+}{C}F'''H'''$, und ziehe einen Radius von A'' durch diesen Punkt; nun wälze man einen Kreis, dessen Diameter gleich ist dem Radius $B''\overset{+}{C}$, auf den Theilkreis $\overset{+}{C}F'''H'''$, und verzeichne eine Epicycloide von $\overset{+}{C}$, als ursprünglich erzeugendem Punkte, bis sie den so eben gezogenen Radius in h' schneidet. Die Curve $\overset{+}{C}h'$ trägt man nun an ihre gehörigen Stellen, nämlich zu beiden Seiten der Zahnmittel c' e' g' u. s. f. auf die bekannte Weise.

Die Abrundung eines Zahnes des großen Rades ist ein Stück $\overset{+}{C}h$ einer Epicycloide, welche von $\overset{+}{C}$, als ursprünglich erzeugendem Punkte, durch Wälzung eines erzeugenden Kreises, dessen Diameter gleich ist, dem Radius $A''\overset{+}{C}$, auf dem Kreise $\overset{+}{C}D'E'$ als Grundkreis erzeugt wurde, bis sie

den durch einen in der Entfernung des vierten Theiles einer ganzen Theilung von $\overset{+}{C}$ auf den Kreis $\overset{+}{C}$ D′ E′ getragenen Theil aus B″ gezogenen Radius B″ h in h schneidet.

Die Curve $\overset{+}{C}$ h kann aber hier nicht, wie gewöhnlich, sogleich vom Theilkreise des Rades Q‴ P‴ C‴ angefangen, zu beiden Seiten der Zahnmittelradien Q‴ b d u. s. w. getragen werden, sondern da die Zähne nach der Richtung der verticalen Ansicht des Theilkreises C F H des kleinen Rades von einer conischen Oberfläche, deren Scheitel B ist, begränzt werden, so präsentirt sich die Curve an dieser conischen Oberfläche sowohl in der verticalen als horizontalen Ansicht in andern Formen, welche auf folgende Weise erhalten werden:

Man theile das Stück des Radius B″ h von S bis h in eine beliebige Anzahl Theile I, II, III, h und fälle aus den Theilungspunkten Perpendikel auf S h bis zur Linie B″ $\overset{+}{C}$; eben so fälle man auch aus den Punkten u, v, w Perpendikel auf C B, und ziehe durch die Punkte 1, 2, 3, wo diese C B treffen, Parallele mit Q P C. Diese Parallele betrachte man als verticale Projectionen oder Ansichten von, auf die conische Oberfläche, deren Scheitel in B liegt, gezogenen Kreisen, deren entsprechende horizontale Projectionen oder Ansichten man erhält, indem man Perpendikel aus 1, 2, 3, h″ auf A′ C‴ fällt, und durch die Punkte, wo diese A′ C‴ treffen, Kreise $\overset{+}{h}$, I′, II′, III′ aus A′ beschreibt. Man nehme nun die Länge der auf B″ $\overset{+}{C}$ errichteten Perpendikel von S h bis zur Curve $\overset{+}{C}$ h nach der Reihe, und trage sie auf die mit entsprechenden Zahlen bezeichneten Kreise von jedem Zahnmittel Q‴ b d u. s. w. des Rades zu beiden Seiten, so erhält man Punkte, welche in den horizontalen Projectionen der Abrundungscurven der Rad-

zähne liegen, und die, wenn man die Punkte vereiniget, dieselben wirklich geben.

Die Projection der ganzen Zahnlänge wird immer in dem Durchschnitte der Zahnmittel mit dem Kreise $\overset{+}{h}$ bezeichnet. Um die verticale Projection der Zähne zu erhalten, ziehe man Parallele zur Achse A B von den Projectionen der Zahnspitzen, bis zu der entsprechenden verticalen Projection des Kreises h″; eben so ziehe man auch aus allen auf die Kreise $\overset{+}{h}$, I′, II′, III′, C‴ aufgetragenen Punkte für die horizontale Projection der Abrundungscurve der Zähne Parallele mit A B bis zu den entsprechenden verticalen Projectionen der Kreise C, 1, 2, 3, h″, in deren Durchschnitt mit erwähnten Parallelen nun die verticale Projection einzelner Punkte der Zähneabrundung sind, welche man mit freier Hand, oder vermittelst eines Schwunglineals vereinigen kann.

Ein Beispiel wird das so eben Gesagte mehr erläutern:

Ich setze, man suche die verticale Projection zweier Punkte der Abrundungscurven eines Zahnes f, und zwar die Punkte r′ und s′, an welchen der Kreis I′ die Curven schneidet; so ziehe man aus r und s Parallele mit A B bis zur verticalen Projection des Kreises 1, wo dann die gesuchten Projectionen r und s der Punkte r′ und s′ sich befinden.

Die Richtung der Flanken der Zähne des Rades, welche in der horizontalen Projection die die Zahnbreite bestimmenden, nach A′ gezogenen Radien bezeichnen, erhält man in der verticalen Projection, indem man Linien von den Punkten, an welchen die Projectionen der Abrundungscurven auf Q P C beginnen, nach B einstweilen von unbestimmter Länge zieht.

Die Tiefe der Zwischenräume der Zähne des großen Rades bestimmt die Länge der Zähne des kleinen, so wie umgekehrt. Da nun aber in der practischen Ausführung die Zähne conischer Räder nie ihre ganze Länge erhalten, indem sie zu umständlich und zu kostspielig würden, sondern immer sehr stark abgestumpft werden, so wollen wir auch bei unserer Construction hierauf Rücksicht nehmen.

Dieses Abstumpfen der Zähne geschieht nach einer conischen Oberfläche, welche ihren Scheitel in A hat, und deren vertical projicirte Basis die mit QPC gezogene Parallele o p 3 ist; ihre horizontale Projection ist ein mit o 3 als Radius aus A beschriebener Kreis. Dieser Kreis schneidet jede der bereits verzeichneten Abrundungscurven an einem Punkte, von welchem man Radien nach A′ zieht, welche immer das Stück der conischen Oberfläche einschließen, von welchem ein Zahn nach Oben begränzt wird. Diese Begränzungsstücke der conischen Oberfläche sind aber auch auf den Zähnen der verticalen Projection zu sehen, und um sie zu projiciren, hat man nur nöthig, von den Punkten, an welchen die Projectionen der Zahnabrundungscurven durch o p 3 geschnitten werden, gerade Linien nach A zu ziehen.

Da die Tiefe der Zahnzwischenräume, wie schon erwähnt, durch die Länge der Zähne des andern Rades bestimmt wird, so kann dieses sogleich beim kleinen Rade geschehen. Man nimmt nämlich F 3 als Radius, und beschreibt aus A″ einen Kreis, dessen zwischen den Zähnen liegende Bogenstücke immer die Tiefe der Zwischenräume bezeichnen. Die Länge der Zähne des kleinen Rades, welche gewöhnlich gleich der des großen ist, hier aber vorsätzlich kleiner genommen wurde, trage man von C nach o″, so ist o″ F H die eine Projection der Basis einer conischen Oberfläche, deren Scheitel in A sich befindet, und nach welcher

die Zähne des kleinen Rades begränzt werden. Die andere Projection dieser Basis ist ein mit dem Radius F, o″ aus A″ beschriebener Kreis, welcher jede der verzeichneten Abrundungscurven der Zähne an einem Punkte schneidet; zieht man nun Radien von diesen Punkten nach A″ als der Projection der die Zähne begränzenden Basis der conischen Oberfläche, so schließen diese Radien die Projectionen der Stücke dieser Oberfläche ein.

Die Tiefe der Zwischenräume des großen Rades wird bestimmt durch Bogenstücke eines mit dem Radius p″ o″ aus A′ beschriebenen Kreises in der horizontalen Projection; in der verticalen aber durch Stücke der mit Q P C parallel gezogenen o″ p″.

Was die Basis der conischen Oberfläche anbelangt, nach welcher die Zähne begränzt (abgestumpft) werden, so ist dieselbe allerdings willkürlich anzunehmen; jedoch soll dieselbe von der Art seyn, daß die Zähne immer wenigstens um den vierten Theil einer Theilung über den Theilkreis noch vorragen.

Die Zähne der beiden Räder werden nach den ihnen angehörigen Abrundungscurven $\overset{+}{C}$ h′ und $\overset{+}{C}$ h in gerader Richtung gegen den gemeinschaftlichen Scheitel A der beiden Kegel gearbeitet, und gehen in A, in Null über, wo dann auch keine Verzahnung mehr statt finden kann. Es ist jedoch nicht nothwendig, und geschieht auch in der practischen Ausführung nicht, daß man die Zähne bis A hingehen läßt, sondern man gibt denselben eine in der Richtung von C nach A dem Zwecke der Räder entsprechende Länge, und begränzt die Zähne des kleinen Rades mit einer Ebene, deren Spur C″ F″ H″ ist, parallel mit C F H, und die Zähne des großen Rades nach innen durch

eine conische Oberfläche parallel mit derjenigen, welche die Zähne nach außen begränzt und ihren Scheitel in B hat.

Was die Länge der Zähne in der Richtung von C nach A betrifft, so können hiefür keine Regeln aufgestellt werden, indem diese Länge theils von dem zu überwindenden Widerstande, theils von den Eigenschaften des Materials, aus welchem die Räder verfertiget werden, abhängt; bei den aus Gußeisen verfertigten Rädern von 2′ — 4′ Diameter beträgt diese Länge gewöhnlich zwischen 3″—4″ auch 5 Zoll, welches Letztere jedoch seltner ist, als das Erstere.

Da die Zähne beider Räder in gerader Richtung gegen A, wie schon erwähnt, hingearbeitet werden, so können dieselben nicht prismatisch, also weder gleich dick seyn, noch von gleicher Höhe über den Kranz des Rades hervorragen, wie bei cylindrischen Rädern, sondern die Höhe und Dicke nimmt gegen A allmählich ab. Im gleichen Verhältnisse mit der allmählichen Abnahme der Höhe und Dicke der Zähne gegen A hin steht auch ihre Abrundung, und es fehlen uns zur Vollendung der Construction der Räder nur mehr die Abrundungscurven der Zähne an den Stellen ihrer zweiten Begränzung. Um diese zu erhalten, wird auf folgende Weise verfahren: Man ziehe von A nach C eine Gerade, trage die Länge der Zähne CC″ in der Richtung gegen A von C auf A C auf, und ziehe parallel mit CFH aus C eine gerade C″F″H″ als Spur der die Zähne des kleinen Rades begränzenden Ebene. Verlängert man die Spur C″F″H″, bis sie die Achse A B des großen Rades in B′ schneidet, so ist B′ der Scheitel der conischen Oberfläche, welche die Zähne des großen Rades nach innen begränzt. Die verticale Projection der Basis dieser conischen Oberfläche ist eine, mit Q″ P″ C″ aus o‴ gezogene Gerade o‴ p‴, welche, wie aus der Zeichnung

ersehen wird, die obere Kante der Zähne bildet; die entsprechende horizontale Projection dieser Basis ist ein mit p''' o''' aus A' beschriebener Kreis, von dem die Bogenstücke, welche zwischen den die Projectionen der die Zähne abstumpfenden conischen Oberfläche nach A' gezogenen Linien liegen, entsprechende horizontale Projectionen der obern Zahnkanten sind.

Ferner ziehe man parallel mit Q P C aus C'' eine Gerade Q'' P'' C'', nehme ihre Länge als Radius, und beschreibe aus A' einen Kreis Q' P' C', welcher gleichsam ein zweiter Theilkreis ist, und von dem die horizontalen Projectionen der zweiten Abrundungscurven der Zähne beginnen; eben so nehmen die verticalen Projectionen der zweiten Abrundungen der Zähne auf Q'' P'' C'' als entsprechende Projection von Q' P' C' ihren Anfang, und erstrecken sich bis zu den, die obern Zahnkanten bildenden Stücke der aus o''' mit Q P C gezogenen Parallelen.

Diese zweiten Abrundungscurven der Zähne beider Räder würde man nun nach ihrer geometrischen Form und Länge erhalten, indem man C'' F'' H'' verlängert, bis die Achse A B in B' geschnitten wird, mit B' C'' als Radius einen Kreis C'' D'' E'' aus B' beschreibt, und diesen und den mit C'' F'' aus F'' beschriebenen C'' F' H' als zwei neue Theilkreise betrachtet, und auf die bekannte Weise die Epicycloiden als Abrundungscurven der großen und der kleinen Rad-Zähne construirt. Es ist aber dieses nicht mehr nöthig, und kann auf eine weniger umständliche Weise erhalten werden, da wir bereits die Projectionen sowohl als die geometrische Form und Größe der ersten Abrundungscurven $\overset{+}{C}$ h' und $\overset{+}{C}$ h haben, nämlich für die Zähne des großen Rades.

Man ziehe aus 1, 2, 3 nach A Gerade, bis sie die verlängerte C″F″H″ in I″, II″ treffen; von I″, II″ ziehe man Parallele mit Q″P″C″ bis zur Achse AB, nehme die Länge derselben als Radien und beschreibe Kreise 1″, 2″, 3″ aus A′; ferner ziehe man von den Punkten, wo die horizontalen Projectionen der ersten Abrundungscurven von den Kreisen I′, II′, III′ $\overset{+}{h}$ geschnitten werden, Radien nach A′; wo nun diese Radien diejenigen Kreise 1″, 2″, 3″ schneiden, welche ihrer Zahl nach denen I′, II′, III′ $\overset{+}{h}$ entsprechen, von welchen aus die Radien gezogen wurden, sind Punkte der horizontalen Projection der zweiten Abrundungscurve, deren verticale auf die nämliche Weise erhalten wird, wie bei Ersterer. Von den Punkten, wo die Projectionen der Curven auf Q″ P″ C″ beginnen, ziehe man Gerade nach B′, als zweite Begränzung der Flanken, bis zu einer aus o′′′′ mit Q″ P″ C″ gezogenen parallelen, welche Letztere die Tiefe der Zahnzwischenräume an den Stellen bezeichnet, wo die Zähne durch die conische Oberfläche begränzt werden, deren Scheitel in B′ sich befindet und deren größte vertical projicirte Basis o′′′′ p′′′′ ist. Die horizontale Projection der zweiten Flankenbegränzung sind Stücke der nach A′ gezogenen, die Zahndicke bestimmenden Radien, deren projicirte Länge vom zweiten Theilkreise Q′ P′ C′ bis zu einem aus A′ mit o′′′′ p′′′′ als Radius beschriebenen Kreise reicht, von welchem Kreise die, zwischen genannten Radien befindlichen Bogenstücke die horizontale Projection der aus o′′′′ mit Q″ P″ C″ parallel gezogenen Linie, welche die obere Tiefe der Zwischenräume bezeichnet, ist.

Aus den Punkten, nach welchen die projicirten Flanken in der verticalen Projection die conische Oberfläche, deren Scheitel A, und deren größte projicirte Basis o″ p″ ist, berühren, ziehe man Gerade nach A″ als die Projectionen

der

der Ecke, welche die Zähne, auf die eben genannte conische Oberfläche angesetzt, mit ihr bilden, deren horizontale Projectionen in die nach A′ gezogenen, die Zahndicke bestimmenden Radien fällt.

Die Zeichnung des großen Rades ist vollendet, indem man dem Kranze, auf welchen die Zähne aufgesetzt sind, eine bestimmte Dicke gibt, deren Durchschnitt in der verticalen Projection durch o″qzo″″ bezeichnet ist, und diese Dicke hängt gleich der Theilung und Länge der Zähne wieder von dem Zwecke, zu welchem ein Rad verwendet, und dem Materiale, aus welchem es verfertiget wird, ab. Zur practischen Ausführung ist es noch nöthig, die Abrundungscurven der Zähne, da wo diese durch die conische Oberfläche, deren Scheitel in B′, und deren größte projicirte Basis o″″ p″″ ist, begränzt wird, in ihrer wirklichen Gestalt und Größe verzeichnen zu können.

Es unterliegt dieses keiner Schwierigkeit, indem wir eine horizontale und verticale Projection der fraglichen Curve haben; wir dürfen nur das Verfahren umgekehrt anwenden, dessen wir uns bedient haben, um die Projectionen der ersten Abrundungscurve $\overset{+}{\text{Ch}}$ zu erhalten, nämlich:

Auf eine gerade Linie AB, Fig. 2., trage man die Theile C″, I″, II″, o‴ aus Fig. 1. auf, und errichte Perpendikel aus den aufgetragenen Punkten; nun messe man die horizontale Projection der Bogenstücke der Kreise C′ 1″ 2″ 3″ von einem Zahnmittel bis an die projicirte Abrundungscurve in Fig. 1., trage die Länge dieser Bogenstücke auf die mit entsprechenden Zahlen bezeichneten Perpendikel in Fig. 2., und vereinige die aufgetragenen Punkte.

Die zweiten Abrundungen der Zähne des kleinen Rades werden erhalten:

Man beschreibe mit F'' C'' und F'' o'''' als Radien aus A'' zwei Kreise, und theile ihre Entfernung in mehrere gleiche Theile 1''' 2''' 3'''; in die nämliche Anzahl Theile theile man auch die Entfernung des mit dem Radius F 3 aus A'' beschriebenen Kreises und des Theilkreises $\overset{+}{C}$ F''' H''', und ziehe Radien von den Punkten, an welchen diese letzten Kreise die Abrundungscurven schneiden bis zu den mit gleichen Zahlen bezeichneten Kreisen 1''' 2''' 3'''; die Punkte, an welchen die Kreise von den Radien getroffen werden, liegen in der gesuchten Curve und können nun vermittelst eines Schwunglineals oder mit freier Hand vereinigt werden. Die zweite Tiefe der Zahnzwischenräume bezeichnen die zwischen den die Zahndicke bestimmenden, nach A'' gezogenen Radien liegenden Bogenstücke eines mit dem Radius F'' o''' aus A'' beschriebenen Kreises.

Die verticale Projection des kleinen Rades, welche abgebrochen wurde, um die Zähne des großen Rades um so deutlicher sehen zu können, wird erhalten, indem man Parallele zur Achse A G aus den Kanten der Zähne und aus den Punkten, wo dieselben auf den Kranz aufsitzen, bis zu C F H führt, und von den Punkten Linien nach A zieht, welches aus der Zeichnung ersehen werden kann.

§. 40.

Construction von zwei unter einem rechten Winkel eingreifenden conischen Rädern.

Blatt IX.

Nachdem man dem beiderseitigen Verhältnisse entsprechend die Theilkreise der Räder berechnet hat, setze man zwei Linien A Q und A F rechtwinkelig zusammen, betrachte A Q als Achse des großen, und A F als die des kleinen Rades, und ziehe in paralleler Entfernung des Radius des kleinen Radtheilkreises von A F eine Linie Q P C, und in der parallelen Entfernung des Radius des großen Radtheilkreises von A Q eine C F H; diese beiden Linien schneiden sich an einem, als dem gemeinschaftlichen Eingriffspunkte C, und sind verticale Projectionen der Theilkreise der Räder. Entsprechende zweite Projectionen derselben werden erhalten für das große Rad, indem man C P Q als Radius nimmt, und aus A′ einen Kreis beschreibt, wovon uns hier der Quadrant C′ P′ Q genügt, auf welchem nun die Mittel der Zähne a b c u. s. w. eingetheilt werden. Für das Getriebe nimmt man F C als Radius und beschreibt aus einem, auf der verlängerten Achse A F befindlichen Punkte A″ einen Kreis $\overset{+\,+\,+}{\mathrm{CFH}}$, auf welchem man die Mittel der Zähne a′ b′ c′ u. s. w. von a′ angefangen eintheilt.

Man trage nun den vierten Theil einer ganzen Theilung von den Punkten a b c u. s. f. zu beiden Seiten auf den Theilkreis C′ P′ Q′ auf, und ziehe die, die Zahndicke bestimmenden Radien durch die aufgetragenen Theilungspunkte nach A′; auf gleiche Weise verfährt man auch bei

dem Getriebe, indem man ebenfalls den vierten Theil einer Theilung von den Zahnmitteln a′b′c′ u. s. w. auf den Theilkreis $\overset{+}{C}\overset{+}{F}\overset{+}{H}$ trägt, und von den Punkten Radien, welche die Dicke der Zähne bestimmen, nach A″ zieht. Die Abrundungscurve der Zähne des Rades ist hier eine gemeine Epicycloide $\overset{+}{C}h$, welche erhalten wird, indem man einen Kreis, dessen Diameter gleich ist dem Radius A″$\overset{+}{C}$ des kleinen Radtheilkreises auf einer geraden Linie DE$\overset{+}{C}$, wälzt, und von $\overset{+}{C}$, als ursprünglich erzeugendem Punkte, die Cycloide verzeichnet, bis sie einen in der Entfernung des vierten Theiles einer Theilung auf die Linie DE$\overset{+}{C}$ gefällten Perpendikel in h schneidet. Gleich wie bei den unter stumpfen Winkeln eingreifenden Rädern, werden auch hier die Zähne nicht nach ihrer ganzen Größe ausgeführt, sondern man stumpft ihre Spitzen ab, indem man sie durch eine conische Oberfläche, deren Scheitel in A, und deren größte vertical projicirte Basis op ist, begränzt.

Für das Abstumpfen der Zähne gilt die bereits angeführte Regel.

Das nach dem Abstumpfen noch übrige Stück der Curve $\overset{+}{C}h$ trägt man auf den Zahn Q in der verticalen Projection, theilt dessen Höhe auf der Achse AQ von Q bis p in mehrere gleiche Theile 1. 2. p und zieht Parallele mit CPQ durch die Theilungspunkte; ferner mißt man die Länge dieser Parallelen von der Achse AQ bis zur Curve, trägt diese Längen von allen Zahnmitteln abc u. s. w. zu beiden Seiten auf den Theilkreis C′P′Q′ auf, und bezeichnet die aufgetragenen Punkte mit denjenigen Zahlen, mit denen sie in der verticalen Projection bezeichnet sind. Zieht

man nun von den Punkten I, II, p'' u. s. f. Parallele mit der Achse A Q, bis zu den mit CPQ parallel gezogenen, mit entsprechenden Zahlen bezeichneten Linien, so sind immer da, wo sich mit gleichen Zahlen bezeichnete einander treffen, Punkte für die Projectionen der Abrundungscurven der Zähne, welche man mit einander verbindet.

Da hier die Zähne durch eine cylindrische Oberfläche, deren Basis $C'P'Q$ ist, begränzt werden, die Abrundungscurven also auf diese Oberfläche verzeichnet sind, so sind ihre horizontalen Projectionen die zwischen den, die Zahndicke bezeichnenden, nach A' gezogenen Radien, Bogenstücke des Kreises $C'P'Q'$.

Die Abrundungscurve der Zähne des Getriebes wird erhalten, indem man von $\overset{+}{C}$ aus eine Evolvente construirt, deren Evolute der Theilkreis des Getriebes ist, bis sie einen in der Entfernung der halben Zahndicke von $\overset{+}{C}$ gezogenen Radius $A'h'$ in h' schneidet. Die Curve Ch' trägt man nun zu den beiden Seiten der Mittel der Zähne $a'b'c$ u. s. f., und stumpft die Zähne in die Länge der des Rades, vermittelst einer conischen Oberfläche, deren Scheitel A und deren Basis der Theilkreis $\overset{+}{C}\overset{+}{F}\overset{+}{H}$ ist, ab.

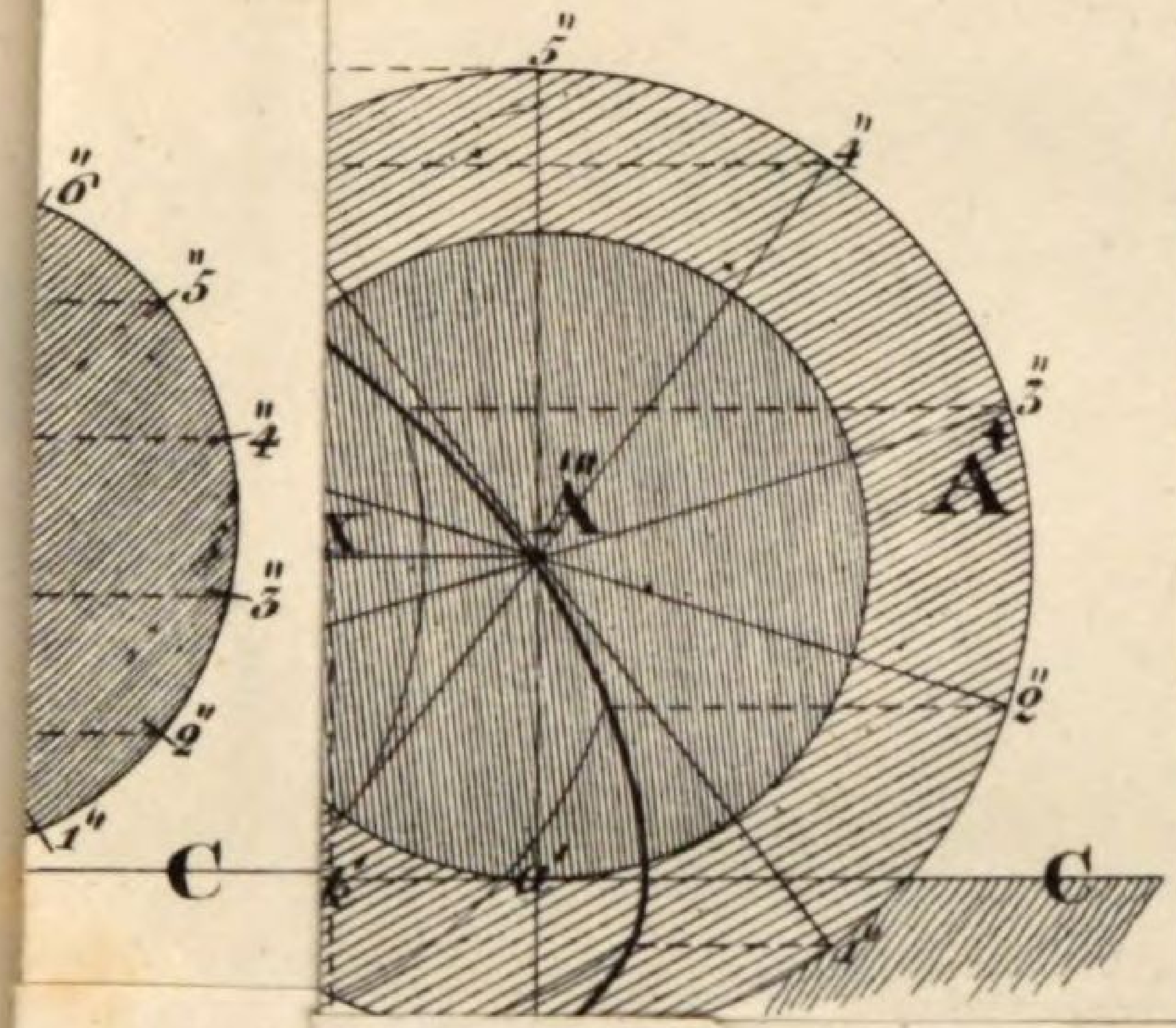
Hinsichtlich der Länge der Zähne CC''' der beiden Räder in der Richtung von CA, gilt das, was bei den unter stumpfem Winkel eingreifenden gesagt wurde.

Was die Verzeichnung der Abrundungscurven für die Stellen, an welchen die des Rades durch eine cylindrische Oberfläche, wovon $C''P''Q''$ und $C'''P'''Q'''$ die

Projectionen eines Quadranten der Basis sind, und die des Getriebes von einer Ebene C″F″H″ parallel mit ersterm CFH begränzt werden, anbelangt, so wird selbe in der Voraussetzung, daß das Vorhergehende gehörig verstanden wurde, keiner Schwierigkeit unterliegen, und aus vorliegender Zeichnung ohne weitere Beschreibung ersehen werden.

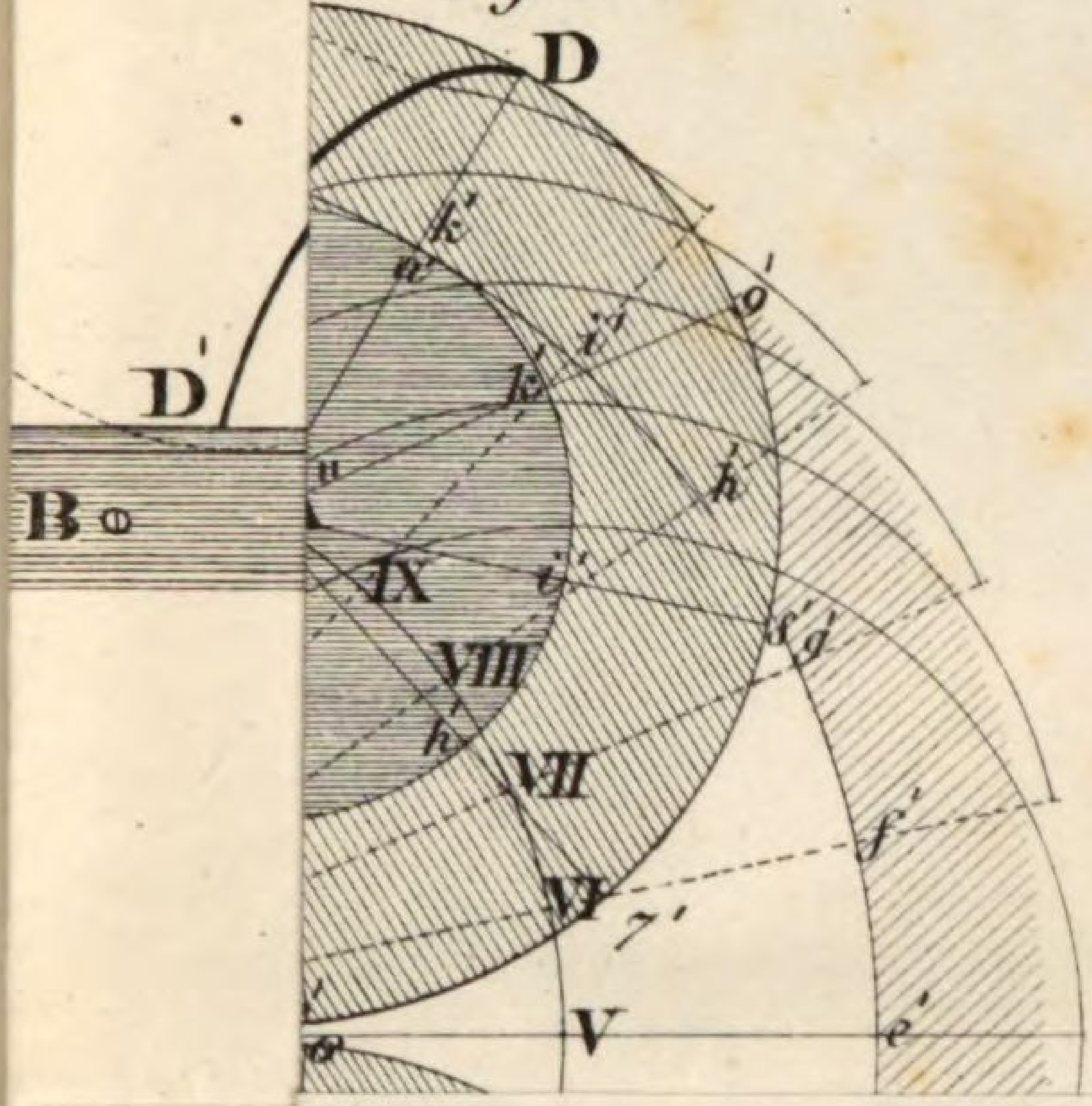
Berichtigungen.

Seite 8. Zeile 11. und 8. von unten Berührungspunkte a statt Berührungspunkte D
— 10. — 10. von unten dieses Kreises die allmähligen statt dieses Kreises und der Radien
— 13. — 1. von oben a′ b′ c′ u. s. f. statt I, II, III u. s. f.
— 13. — 10. von oben Radius A′ A″ statt Radius A A′.
— 16. — 14. von unten Curve D′, D statt Curve D′ D″
— 22. — 1. und 2. von oben Erstere Letztere statt erstere letztere
— 26. — 2. von oben Vorhergehenden statt vorhergehenden
— 32. — 3. und 12. von unten HCF, HCF statt HCE, HCE
— 41. — 6. von oben Höhlungsmittel e g ꝛc. ein, und beschreibe aus e g ꝛc. statt Höhlungsmittel e′ g′ ꝛc. und beschreibe aus e′ g′ ꝛc.
— 45. — 11. von oben Punkte C statt Punkte C′
— 46. — 14. von unten nach a′ statt nach a
— 47. — 4. von unten Evolvente Ch. statt Evolvente CH
— 48. — 6. von oben p sich vereinigt. Die Curve o′p statt p′ sich vereinigt. Die Curve o′p′
— 49. — 1. von unten wie bei f statt wie bei f′
— 59. — 5. von oben durch b″ c″ d″ statt durch b′ c′ d′
— 59. — 1. von unten Linie, auf welche man die statt Linie, auf, welche auf die
— 61. — 8. von oben von E′ bis F, sinken, von F statt von E′ bis F sinken, von F′
— 62. — 11. von oben durch 13 u. E′ statt durch 13 u. E
— 64. — 4. von oben den Hintertheil GE statt den Hintertheil GF


C
C
A
A

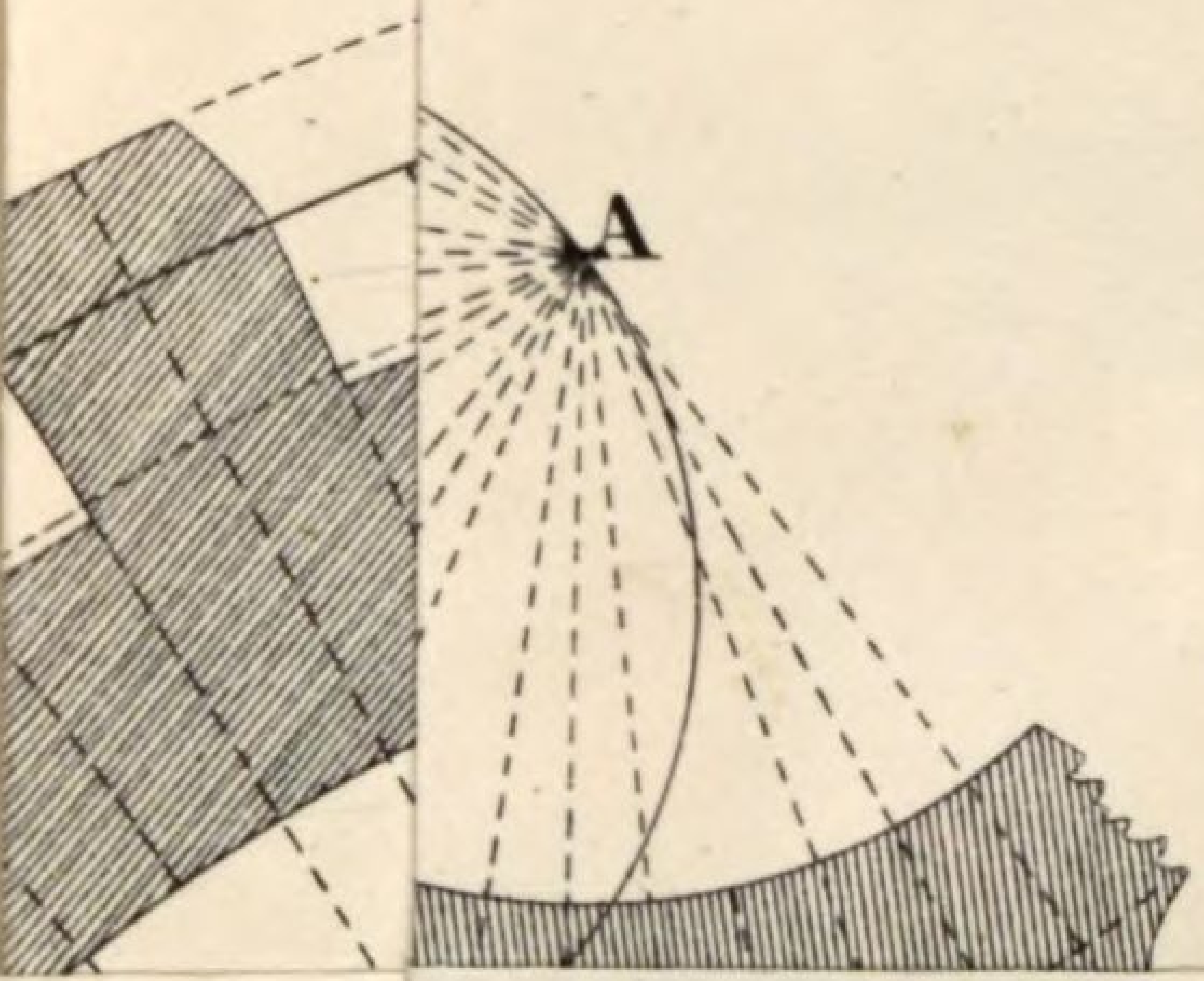
B:II.

Fig: 2.



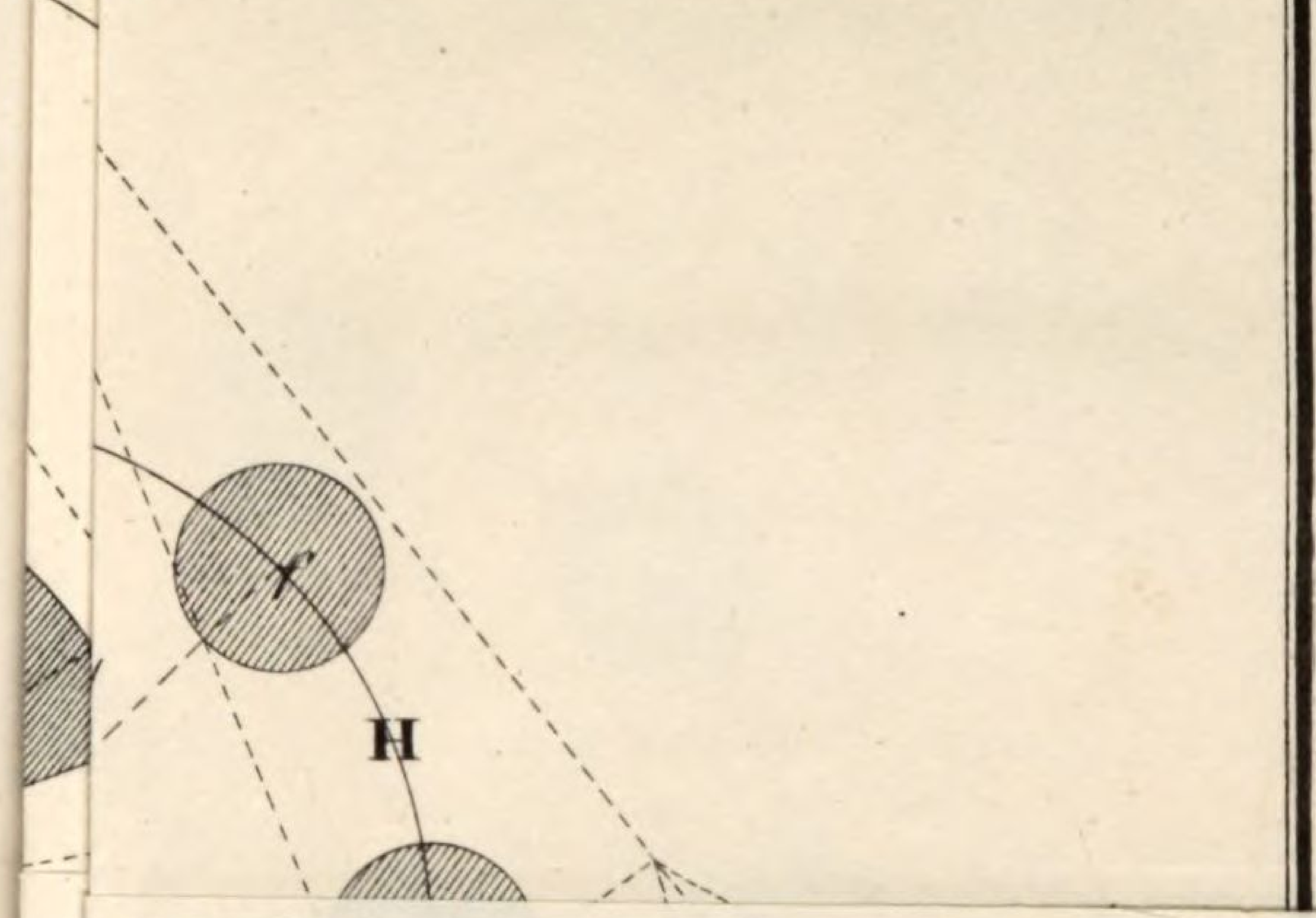
B : III.

Fig: 1.



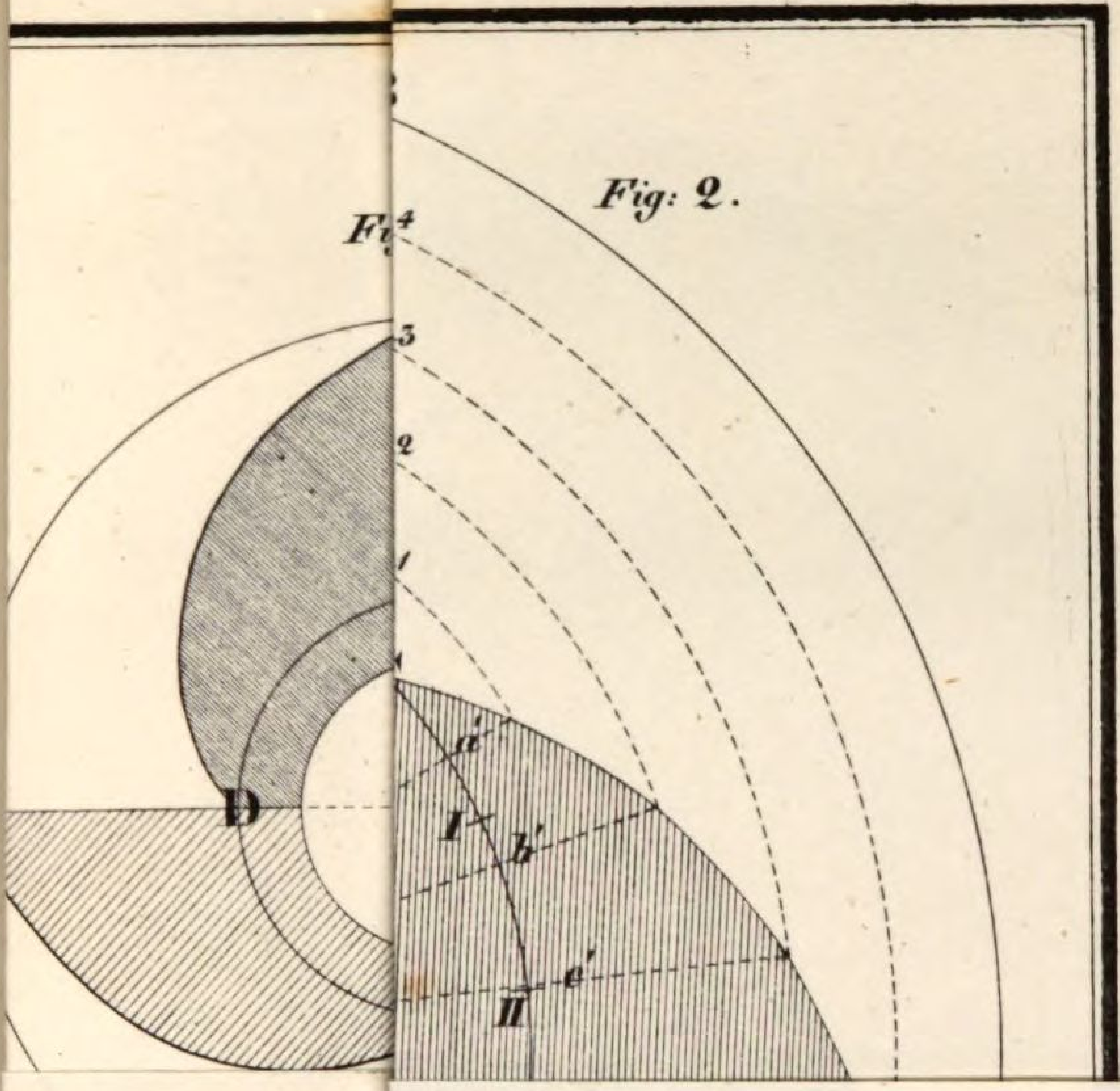
B:IV.

2.

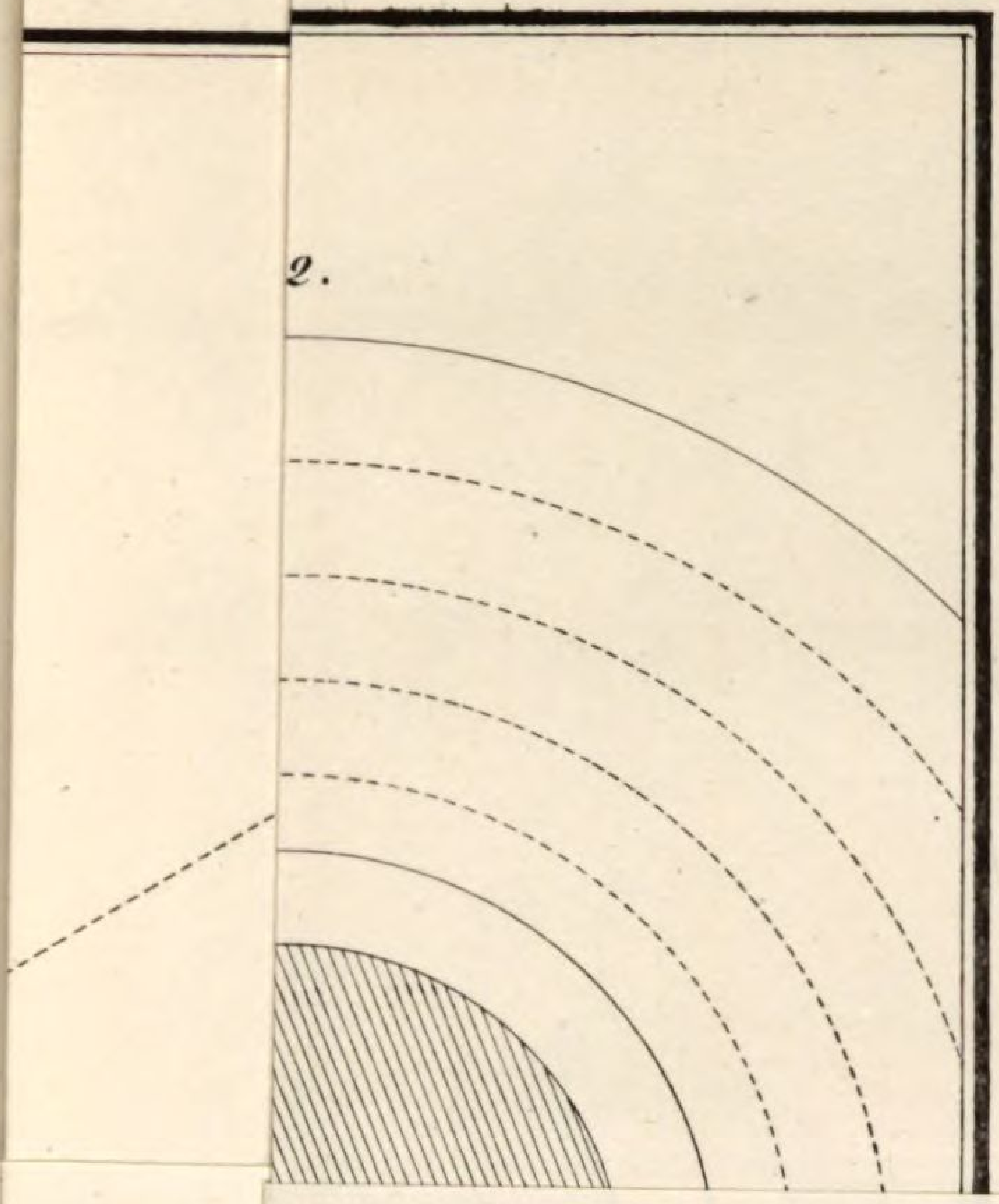


B:V.

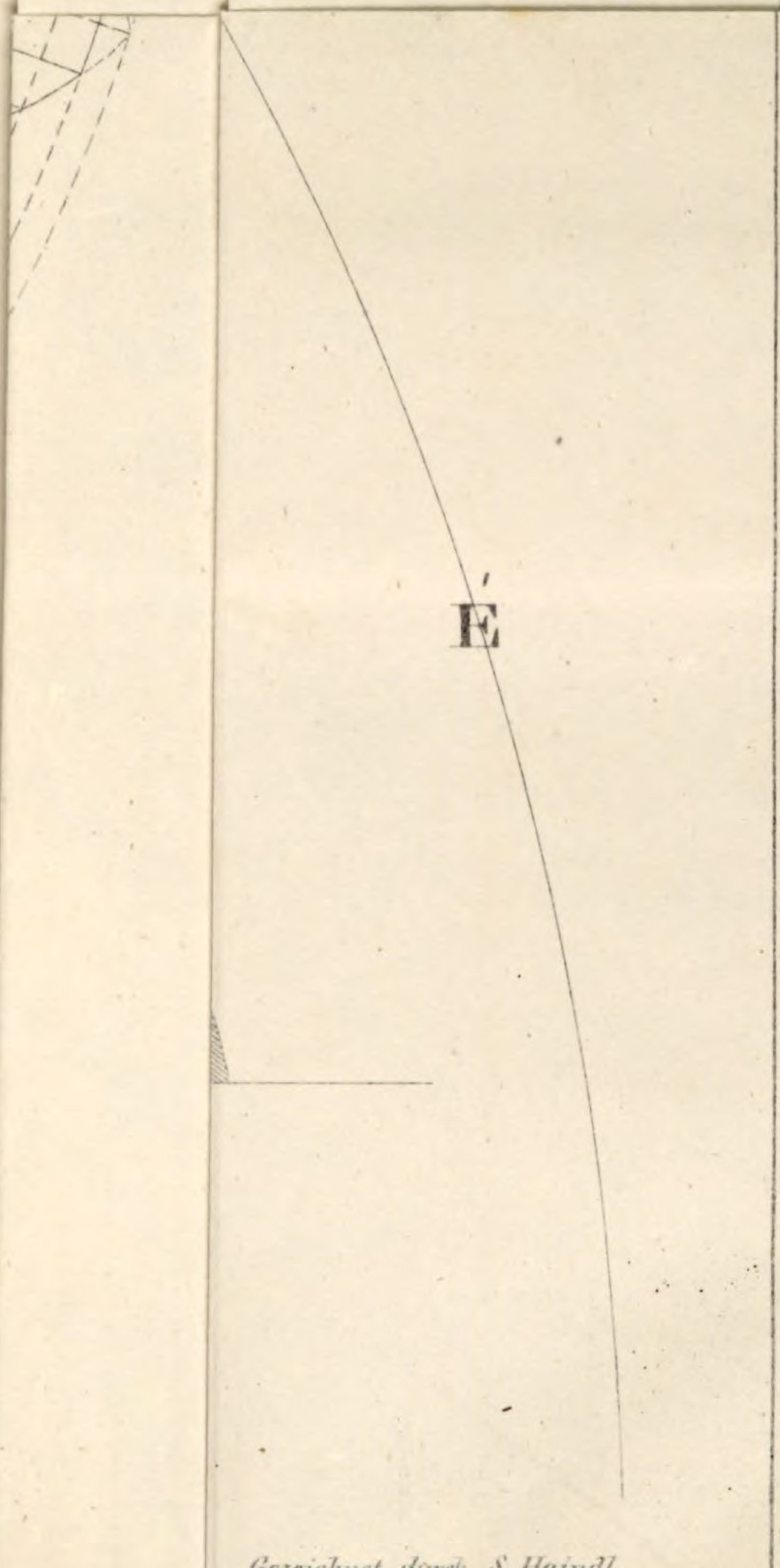
B:VI.



B: VII.


2.

B : VIII.



Gezeichnet durch S. Haindl.

B : IX.

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Haindl, Sebastian

Construction der Verzahnungen mit besonderer Rücksicht auf die beste Form der Zähne Handbuch zum Gebrauche beim Maschinenzeichnungsunterrichte, besonders aber zum Selbstunterrichte für practische Mechaniker, Werkmeister an Eisengießereien, Uhrmacher, Mühlen-Baumeister und

Stuttgart [u.a.] 1830

Techn. 91 h
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10304894-9